



机电工程类专业“互联网+”创新型精品教材

传感器与检测技术

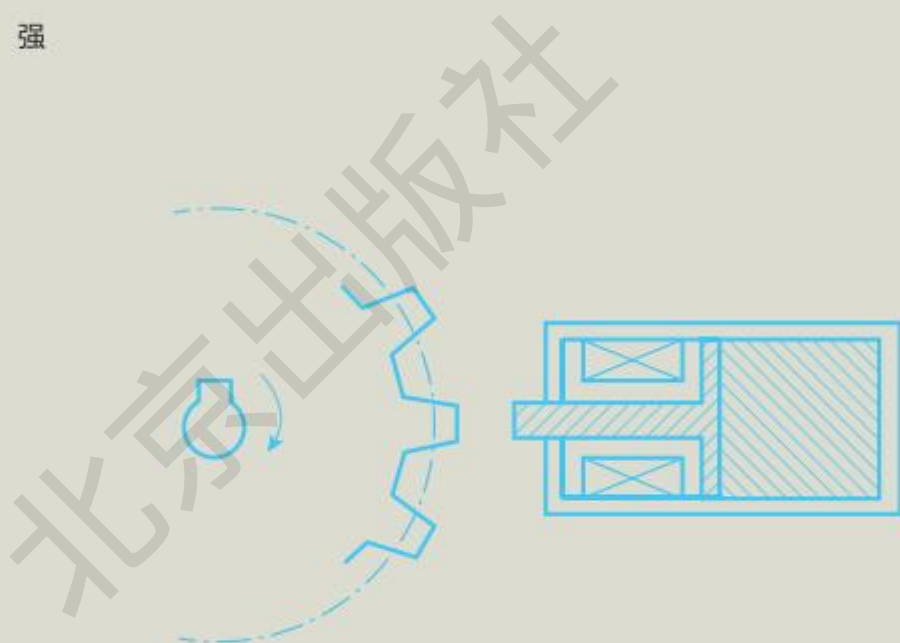
CHUANGANQI YU JIANCE JISHU

传感器与检测技术

主 编 宋 强

主
编
宋
强

北京出版集团公司
北京出版社



北京出版集团公司
北 京 出 版 社

图书在版编目 (CIP) 数据

传感器与检测技术 / 宋强主编. —北京: 北京出版社, 2017.7 (2024 重印)

ISBN 978-7-200-13093-5

I. ①传… II. ①宋… III. ①传感器—检测—高等学校—教材 IV. ①TP212

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2017) 第 139522 号

传感器与检测技术

CHUANGANQI YU JIANCE JISHU

主 编: 宋 强

出 版: 北京出版集团公司

北 京 出 版 社

地 址: 北京北三环中路 6 号

邮 编: 100120

网 址: www.bph.com.cn

总发行: 北京出版集团公司

经 销: 新华书店

印 刷: 定州市新华印刷有限公司

版 次: 2017 年 7 月第 1 版 2024 年 6 月修订 2024 年 6 月第 4 次印刷

开 本: 787 毫米 × 1092 毫米 1/16

印 张: 14.5

字 数: 247 千字

书 号: ISBN 978-7-200-13093-5

定 价: 39.80 元

质量监督电话: 010-82685218 010-58572341 010-58572393

目 录

1	单元一 检测技术基础
1	1.1 传感器的作用
1	1.2 传感器的定义与组成
3	1.3 传感器的分类及发展
5	1.4 传感器的数学模型
5	1.5 传感器的静态特性
9	1.6 传感器的动态特性
15	1.7 传感器的标定
15	1.8 检测技术基础
23	单元小结
23	思考与练习
25	单元二 电阻应变片式传感器
25	2.1 应变式传感器的特点
25	2.2 电阻应变片的工作原理
28	2.3 电阻应变片的结构、类型及主要特性
38	2.4 电阻应变片测量电路
44	2.5 电阻应变片传感器的计算
45	2.6 电阻应变片传感器的典型应用举例
55	单元小结
55	思考与练习
56	单元三 电感式传感器
56	3.1 自感式传感器
65	3.2 差动变压器式传感器的工作原理
70	3.3 电涡流式传感器
74	3.4 压磁式传感器
77	单元小结
77	思考与练习
79	单元四 电容式传感器
79	4.1 电容式传感器的工作原理和结构类型
83	4.2 转换电路
89	4.3 电容式传感器的主要性能和特点
91	4.4 电容式传感器的应用
96	单元小结
96	思考与练习
99	单元五 压电式传感器
99	5.1 压电式传感器的工作原理

105	5.2 等效电路和测量电路
108	5.3 压电式传感器的基本结构及应用特点
109	5.4 影响压电式传感器精度的主要因素
111	5.5 压电式传感器的应用
114	单元小结
114	思考与练习
116	单元六 热电式传感器
116	6.1 热电偶温度传感器
128	6.2 热电阻温度传感器
131	单元小结
132	思考与练习
134	单元七 磁敏式传感器
134	7.1 概述
134	7.2 磁电感应式传感器
139	7.3 霍尔式传感器
147	单元小结
148	思考与练习
149	单元八 光电传感器
149	8.1 光电基础知识
152	8.2 光电效应
162	8.3 光电式传感器的类型
164	8.4 光纤传感器
171	8.5 光栅传感器
176	8.6 光纤光栅传感器
181	8.7 光电编码器
184	8.8 固态图像传感器（CCD）
186	8.9 感应同步器
195	单元小结
196	思考与练习
197	单元九 新型传感器原理及应用
197	9.1 激光传感器
201	9.2 智能传感器
208	9.3 MEMS 传感器
210	单元小结
211	思考与练习
212	参考答案
226	参考文献

单元一 检测技术基础

1.1 传感器的作用

用机械代替体力劳动是第一次产业革命，火车、汽车取代了人力车，各种动力机械取代了繁重的体力劳动。而用机械和电子装置来代替部分脑力劳动，可以说是又一次产业革命，这也是当前科学技术发展的重要课题之一。在这一课题中，传感器的研究是一个不可忽视的内容。

人通过感官来接收外界的信号，并将所接收的信号送入大脑，进行分析处理后获取有用的信息。对现有的或者正在发展中的机械电子装置来说，电子计算机相当于人的大脑，而对应于人的感官部分的装置就是传感器。所以说，传感器是人类感官的扩展和延伸，又被称为“电五官”。

借助传感器，人类可以去探测那些无法直接用感官获取的信息。例如，用超声波探测器可以探测海水的深度，用红外遥感器可以从高空探测地球上的植被和污染情况等。在自动控制领域中，自动化程度越高，控制系统对传感器的依赖性就越大。因此，传感器对控制系统功能的正常发挥起着决定性的作用。

传感器是借助于检测元件接收一种形式的信息，并按一定的规律将所获取的信息转换成另一种信息的装置。它获取的信息可以为各种物理量、化学量和生物量，而转换后的信息也可以有各种形式。但目前，传感器转换后的信号大多为电信号。因而从狭义上讲，传感器是把外界输入的非电信号转换成电信号的装置。一般也称传感器为变换器、换能器或探测器，其输出的电信号陆续输送给后续配套的测量电路及终端装置，以便进行电信号的调理、分析、记录或显示等。在一个自动化系统中，只有检测到信息，才能进行自动控制，因此传感器是至关重要的装置。

传感器早已渗透到诸如工农业生产、宇宙开发、海洋探测、环境保护、资源调查、医学诊断、生物工程，甚至文物保护等领域。可以毫不夸张地说，从茫茫太空到浩瀚的海洋，以至各种复杂的工程系统，几乎每个现代化项目，都离不开各种各样的传感器。

由此可见，传感器技术在发展经济、推动社会进步方面的重要作用是十分明显的。

1.2 传感器的定义与组成

1.2.1 传感器的定义

传感器（Transducer 或 Sensor）是能够感受规定的被测量并按照一定规律转换成可

用输出信号的器件或装置，即传感器是一种以一定的精确度把被测量转换为与之有确定对应关系的、便于应用的某种物理量的测量装置。

这一定义包含了以下几方面：

①传感器是测量装置，能完成检测任务；②它的输入量是某一被测量，可能是物理量，也可能是化学量、生物量等；③它的输出量是某种物理量，这种量要便于传输、转换、处理、显示等，这种量可以是气、光、电物理量，但主要是电物理量；④输出、输入有对应关系，且应有一定的精确度。

1.2.2 传感器的组成

传感器一般由敏感元件和转换元件和基本转换电路三部分组成，组成框图如图1-1所示。

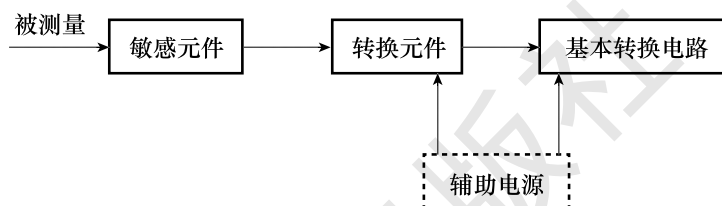


图 1-1 传感器的组成

敏感元件：它是直接感受被测量，并输出与被测量成确定关系的某一物理量的元件。图1-2是一种气体压力传感器的示意图。膜盒2的下半部分与壳体1固接，上半部分通过连杆与磁芯4相连，磁芯4置于两个电感线圈3中，后者接入转换电路5。这里的膜盒就是敏感元件，其外部与大气（大气压力为 p_a ）相通，内部感受被测压力 p 。 p 变化引起膜盒上半部分移动，即输出相应的位移量。

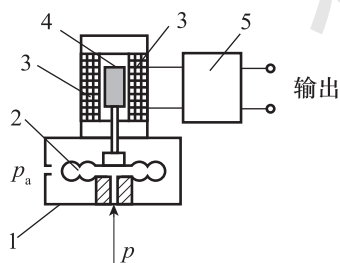


图 1-2 气体压力传感器

转换元件：敏感元件的输出就是转换元件的输入，它把输入转换成电路参量。在图1-2中，转换元件是可变电感线圈3，它把输入的位移量转换成电感的变化。

基本转换电路：上述电路参数接入基本转换电路（简称转换电路），便可转换成电量输出。传感器只完成被测参数至电量的基本转换，然后信号被输入到测控电路进行放大、运算、处理等进一步转换，以获得被测值或进行过程控制。

实际上，有些传感器很简单，有些则较复杂。最简单的传感器由一个敏感元件（兼转换元件）组成，它感受被测量时直接输出电量，如热电偶。有些传感器由敏感元件和转换元件组成，因转换元件的输出已是电量，故无须转换电路，如压电式加速度传感器。有些传感器，其转换元件不止一个，要经过若干次转换。

在结构上，敏感元件与转换元件常是装在一起的，而为了减小外界的影响，也希望把转换电路和它们装在一起，不过由于空间的限制或者其他原因，转换电路常装入

电箱中。尽管如此，因为不少传感器要在通过转换电路后才能输出电信号，从而决定了转换电路是传感器的组成环节之一。

随着集成电路制造技术的发展，现在已经能把一些处理电路和传感器集成在一起，构成集成传感器。进一步的发展是将传感器和微处理器相结合，装在一个检测器中，形成一种新型的“智能传感器”。它将具有一定的信号调理、信号分析、误差校正、环境适应等能力，甚至具有一定的辨认、识别、判断的功能。这种集成化、智能化的发展，无疑会对现代工业技术的发展起到重要的作用。

1.3 传感器的分类及发展

1.3.1 传感器的分类

传感器产业是知识密集、技术密集的产业。传感器与许多学科有关，它的种类十分繁多。为了很好地掌握传感器、应用传感器，需要有一个科学的分类方法。

下面将目前广泛采用的分类方法作一个简单介绍。

第一，传感器按其工作机理，可分为物理型、化学型、生物型等。

第二，传感器按构成原理，可分为结构型与物理型两大类。

本书主要讲授物理型传感器。在物理型传感器中，作为传感器工作的物理基础的基本定律有场的定律、物质定律、守恒定律和统计定律等。

结构型传感器是利用物理学中场的定律构成的，包括动力场的运动定律、电磁场的电磁定律等。物理学中的定律一般是以方程式的形式给出的。对于传感器来说，这些方程式也就是许多传感器在工作时的数学模型。这类传感器的特点是传感器的工作原理是以传感器中元件相对位置变化引起场的变化为基础的，而不是以材料特性变化为基础的。

物理型传感器是利用物质定律构成的，如胡克定律、欧姆定律等。物质定律是表示物质某种客观性质的法则。这种法则大多数是以物质本身的常数形式给出的。这些常数的大小决定了传感器的主要性能。因此，物理型传感器的性能随材料的不同而不同。例如，光电管就是物理型传感器，它利用了物质法则中的外光电效应。显然，其特性与涂覆在电极上的材料有着密切的关系。又如，所有半导体传感器，以及所有利用各种环境变化而引起金属、半导体、陶瓷、合金等性能变化的传感器，都属于物理型传感器。

此外，也有基于守恒定律和统计定律的传感器，但为数较少。

第三，根据传感器的能量转换情况，传感器可分为能量控制型传感器和能量转换型传感器。

能量控制型传感器，在信息变化过程中，其能量需要外电源供给。例如，电阻、电感、电容等电路参量传感器都属于这一类传感器。基于应变电阻效应、磁阻效应、热阻效应、光电效应、霍尔效应等的传感器也属于此类传感器。

能量转换型传感器主要由能量变化元件构成，且不需要外电源。例如，基于压电

效应、热电效应、光电效应等的传感器都属于此类传感器。

第四，按照物理原理，传感器可分为

- (1) 电参量式传感器，包括电阻式、电感式、电容式等。
- (2) 磁电式传感器，包括磁电感应式、霍尔式、磁栅式等。
- (3) 压电式传感器。
- (4) 光电式传感器，包括一般光电式、光栅式、激光式、光电码盘式、光导纤维式、红外式、摄像式等。
- (5) 气电式传感器。
- (6) 热电式传感器。
- (7) 波式传感器，包括超声波式、微波式等。
- (8) 射线式传感器。
- (9) 半导体式传感器。
- (10) 其他原理的传感器。

有些传感器的工作原理具有两种以上原理的复合形式，如不少半导体式传感器也可看成电参量式传感器。

第五，传感器可以按照其用途分为位移传感器、压力传感器、振动传感器、温度传感器等。

另外，传感器根据其输出的是模拟信号还是数字信号，可分为模拟传感器和数字传感器；根据转换过程可逆与否，可分为双向传感器和单向传感器；等等。

1.3.2 传感器的发展动向

改善传感器的性能可采用的技术途径有：差动技术，平均技术，补偿与修正技术，屏蔽、隔离与干扰抑制，稳定性处理等。

传感器技术的主要发展动向：一是开展基础研究，重点研究传感器的新材料和新工艺；二是实现传感器的智能化。

(1) 用物理现象、化学反应和生物效应设计并制作各种用途的传感器，这是传感器技术的重要基础工作。例如，利用某些材料的化学反应制成的能识别气体的“电子鼻”、利用超导技术研制成功的高温超导磁传感器等。

(2) 传感器向高精度、一体化、小型化的方向发展。工业自动化程度越高，对机械制造精度和装配精度的要求就越高，相应地，测量程度要求也就越高。因此，当今在传感器制造上很重视发展微机械加工技术。微机械加工技术除全面继承氧化、光刻、扩散、沉积等微电子技术外，还发展了平面电子工艺技术，各向异性腐蚀、固相键合工艺和机械分断技术。

(3) 发展智能型传感器。智能型传感器是一种带有微处理器并兼有检测和信息处理功能的传感器。智能型传感器被称为第四代传感器，使传感器具备感觉、辨别、判断、自诊断等功能，是传感器的发展方向。

1.4 传感器的数学模型

1.4.1 静态模型

静态模型是指在静态信号情况下，描述传感器输出与输入间的一种函数关系。一般可用多项式表示：

$$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + \cdots + a_n x_n \quad (1-1)$$

式中， x ——输入量；

y ——输出量；

a_0 ——零位输出；

a_1 ——传感器的线性灵敏度；

$a_2, \cdots, a_n$ ——非线性项的待定系数。

1.4.2 动态模型

动态模型是指在准动态信号或动态信号作用下，描述传感器输出与输入间的一种数学关系。

动态模型一般可用微分方程和传递函数来表示：

1. 微分方程

$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \cdots + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = b_m \frac{d^m x}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x}{dt^{m-1}} + \cdots + b_1 \frac{dx}{dt} + b_0 x \quad (1-2)$$

式中 $a_0, a_1, \cdots, a_n, b_0, b_1, \cdots, b_m$ 是与传感器的结构特性有关的常系数。

2. 传递函数

对微分方程两边进行拉普拉斯变换，得

$$(a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0) Y(s) = (b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_1 s + b_0) X(s) \quad (1-3)$$

定义传递函数 $H(s) = Y(s)/X(s)$ ，则有

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0} \quad (1-4)$$

传递函数与微分方程两者完全等价，可以相互转化。考察传递函数所具有的基本特性比考察微分方程的基本特性要容易得多。

1.5 传感器的静态特性

1.5.1 静态特性概述

人们总是希望传感器的输出与输入具有确定的对应关系，而且最好成线性关系。但

一般情况下,输出、输入不会符合所要求的线性关系,同时迟滞、蠕变、摩擦、间隙和松动等各种因素以及外界条件的影响,使输出、输入对应关系的唯一确定性也不能实现。考虑了这些情况之后,传感器的输出、输入作用图大致如图1-3所示。图中的外界影响不可忽视,影响程度取决于传感器本身,可通过传感器本身的改善来加以抑制,有时也可以对外界条件加以限制。图中的误差因素就是衡量传感器特性的主要技术指标。

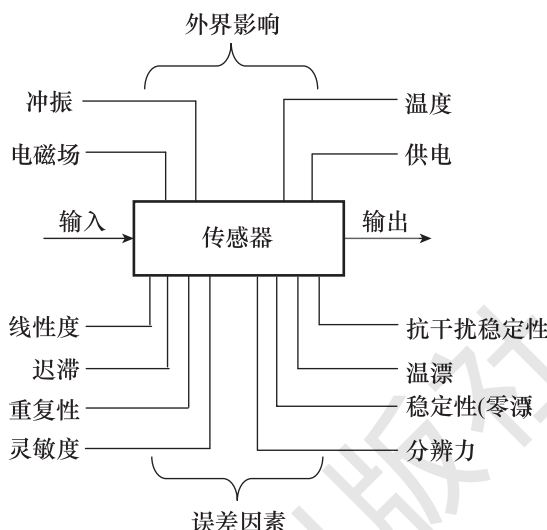


图 1-3 传感器的输出、输入作用图

1.5.2 线性度

传感器的线性度是指传感器的输出与输入之间数量关系的线性程度。输出与输入关系可分为线性特性和非线性特性。从传感器的性能看,人们希望传感器的输出与输入具有线性关系,即理想的输出、输入关系。但实际遇到的传感器的输出与输入关系大多为非线性关系,如图1-4所示。

在实际使用中,为了标定和数据处理方便,并得到线性关系,引入了各种非线性补偿环节,如采用非线性补偿电路或计算机软件进行线性化处理,从而使传感器的输出与输入关系为线性关系或接近线性关系。但如果传感器非线性关系的方次不高,输入量变化范围较小,则可用一条直线(切线或割线)近似地代表实际曲线的一段,使传感器输出、输入特性线性化,所采用的直线称为拟合直线。

传感器的线性度是指在全量程范围内实际特性曲线与拟合直线之间的最大偏差值 $\Delta L_{\max}$ 与满量程输出值 y_{FS} 之比。线性度也称为非线性误差,用 γ_L 表示,即

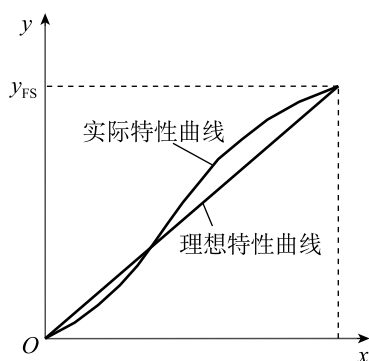


图 1-4 线性度示意图

$$\gamma_L = \pm (\Delta L_{\max} / y_{FS}) \times 100\% \quad (1-5)$$

由此可见,非线性误差的大小是以一定的拟合直线为基准直线而得来的。拟合直线不同,非线性误差也不同。所以,选择拟合直线的主要出发点应是获得最小的非线性误差。另外,还应考虑使用是否方便,计算是否简便。

目前常用的拟合方法有:①理论拟合;②过零旋转拟合;③端点连线拟合;④端点连线平移拟合;⑤最小二乘拟合;⑥最小包容拟合等。

1.5.3 迟滞

传感器在正(输入量增大)反(输入量减小)行程中输出、输入曲线不重合称为迟滞。也就是说,对于同一大小的输入信号,传感器的正反行程输出信号大小不相等,这个差值称为迟滞差值。

迟滞特性如图 1-5 所示。

它一般由实验测得。迟滞误差一般以满量程输出的百分数表示,即

$$\gamma_H = \pm \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta H_{\max}}{y_{FS}} \right) \times 100\% \quad (1-6)$$

式中, $\Delta H_{\max}$ ——正反行程输出的最大差值。

迟滞误差又称回程误差。回程误差常用绝对误差表示。检测回程误差时,可选择几个测试点。对应于每个输入信号,传感器正行程及反行程中输出信号差值的最大值即为回程误差。

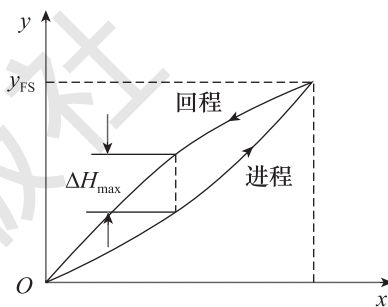


图 1-5 迟滞特性

1.5.4 重复性

重复性是指传感器在输入按同一方向连续多次变动时所得特性曲线不一致的程度。

图 1-6 所示为输出曲线的重复特性,正行程的最大重复性偏差为 $\Delta R_{\max 1}$,反行程的最大重复性偏差为 $\Delta R_{\max 2}$ 。重复性偏差取这两个偏差之中较大者,为 $\Delta R_{\max}$,再以满量程 y_{FS} 输出的百分数表示,即

$$\gamma_R = \pm (\Delta R_{\max} / y_{FS}) \times 100\% \quad (1-7)$$

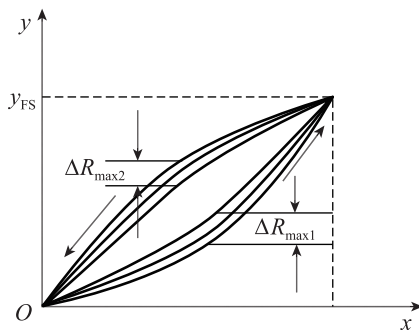


图 1-6 重复特性

1.5.5 灵敏度与灵敏度误差

灵敏度是传感器静态特性的一个重要指标。其定义是输出量增量 Δy 与引起输出量增量 Δy 的相应输入量增量 Δx 之比。用 S 表示灵敏度,即

$$S = \Delta y / \Delta x \quad (1-8)$$

由此可见,传感器输出曲线的斜率就是其灵敏度。对具有线性特性的传感器,其

特性曲线的斜率处处相同，灵敏度 S 是一常数，与输入量大小无关。而非线性传感器的灵敏度是变量，用 dy/dx 表示某一点的灵敏度，如图 1-7 所示。

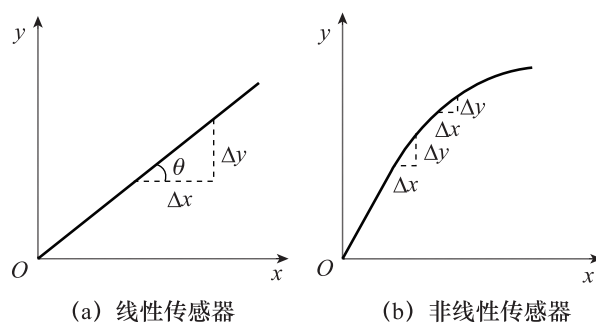


图 1-7 灵敏度示意图

某种原因会引起灵敏度变化，产生灵敏度误差。灵敏度误差用相对误差表示，即

$$\gamma_s = \pm (\Delta S/S) \times 100\% \quad (1-9)$$

1.5.6 其他特性

1. 分辨力与阈值

分辨力是指传感器能检测到的最小的输入增量。有些传感器，当输入量连续变化时，输出量只做阶梯变化，则分辨力就是输出量的每个“阶梯”所代表的输入量的大小。在传感器输入零点附近的分辨力称为阈值。

2. 稳定性

稳定性是指传感器在长时间工作的情况下输出量发生的变化，有时称为长时间工作稳定性或零点漂移。测试时先将传感器输出调至零点或某一特定点，相隔 4 h、8 h 或一定的工作次数后，再读出输出值，前、后两次输出值之差即为稳定性误差。稳定性误差可用相对误差表示，也可用绝对误差表示。

3. 温度稳定性

温度稳定性又称为温度漂移，它是指传感器在外界温度下输出量发生的变化。测试时先将传感器置于一定温度（如 20 ℃）下，将其输出调至零点或某一特定点，使温度上升或下降一定的数值（如 5 ℃ 或 10 ℃），再读出输出值，前后两次输出值之差即为温度稳定性误差。温度稳定性误差用温度每变化若干摄氏度的绝对误差或相对误差表示。每摄氏度引起的传感器误差又称为温度误差系数。

4. 抗干扰稳定性

抗干扰稳定性是指传感器对外界干扰的抵抗能力，如抗冲击和震动的能力、抗潮湿的能力、抗电磁场干扰的能力等。评价这些能力比较复杂，一般也不易给出数量概念，需要具体问题具体分析。

5. 静态误差

静态误差是指传感器在其全量程内任一点的输出值与其理论值的偏离程度。

静态误差的求解方法：把全部输出数据与拟合直线上对应值的残差看成是随机分布的，求出其标准偏差 σ ，即

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\Delta y_i)^2} \quad (1-10)$$

式中， Δy_i ——各测试点的残差；

n ——测试点数。

2σ 和 3σ 值即为传感器的静态误差。静态误差也可用相对误差来表示，即

$$\gamma = \pm (3\sigma/y_{FS}) \times 100\% \quad (1-11)$$

静态误差也是一项综合指标，它基本上包括了非线性误差、迟滞误差、重复性误差、灵敏度误差等。若这几项误差是随机的、独立的、正态分布的，则可以把这几个单项误差综合而得静态误差，即

$$\gamma = \pm \sqrt{\gamma_L^2 + \gamma_H^2 + \gamma_R^2 + \gamma_S^2} \quad (1-12)$$

1.6 传感器的动态特性

1.6.1 传感器的动态特性概述

传感器的动态特性是指输入量随时间变化时传感器的响应特性。

很多传感器要在动态条件下检测，被测量可能以各种形式随时间变化。只要输入量是时间的函数，则其输出量也将是时间的函数，其间的关系要用动态特性来说明。

一个动态特性好的传感器，其输出将再现输入量的变化规律，即具有相同的时间函数。实际的传感器，其输出信号将不会与输入信号具有相同的时间函数，这种输出与输入间的差异就是所谓的动态误差。

为了说明传感器的动态特性，下面简要介绍动态测温的问题。当被测温度随时间变化或传感器突然插入被测介质中，以及传感器以扫描方式测量某温度场的温度分布等时，都存在动态测温问题。如把一支热电偶从温度为 t_0 的环境中迅速插入一个温度为 t_1 的恒温水槽中（插入时间忽略不计），这时热电偶测量的介质温度从 t_0 突然上升到 t_1 ，而热电偶反映出来的温度从 t_0 变化到 t_1 需要经历一段时间，即有一段过渡过程，如图 1-8 所示。热电偶反映出来的温度与其介质温度的差值就称为动态误差。

1.6.2 传感器的基本动态特性方程

传感器的种类和形式很多，但它们的动态特性一般都可以用式（1-2）的微分方程来描述。

1. 零阶系统

在方程式 (1-2) 中的系数除了 a_0 、 b_0 之外, 其他的系数均为零, 则微分方程就变成简单的代数方程, 即 $a_0 y(t) = b_0 x(t)$, 通常写成

$$y(t) = kx(t) \quad (1-13)$$

式中, $k = b_0/a_0$ ——传感器的静态灵敏度或放大系数。

传感器的动态特性用方程式 (1-13) 来描述的系统就称为零阶系统。

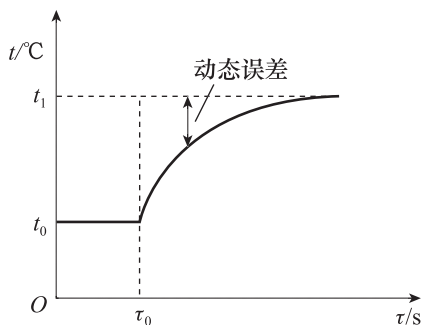


图 1-8 动态测温曲线

零阶系统具有理想的动态特性, 无论被测量 $x(t)$ 如何随时间变化, 零阶系统的输出都不会失真, 其输出在时间上也无任何滞后, 所以零阶系统又称为比例系统。在工程应用中, 电位器式的电阻传感器、变面积式的电容传感器及测量液位的静态式压力传感器均可看作零阶系统。

2. 一阶系统

若在方程式 (1-2) 中的系数除了 a_0 、 a_1 与 b_0 之外, 其他的系数均为零, 则微分方程为

$$a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = b_0 x(t) \quad \tau \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = kx(t) \quad (1-14)$$

时间常数 τ 具有时间的量纲, 它反映传感器的惯性的大小, 静态灵敏度则说明其静态特性。

传感器的动态特性用方程式 (1-14) 来描述的系统就称为一阶系统, 一阶系统又称为惯性系统。

不带套管热电偶测温系统、电路中常用的阻容滤波器等均可看作一阶系统。

3. 二阶系统

二阶系统的微分方程为

$$a_2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = b_0 x(t) \quad (1-15)$$

一般可以归一化为标准形式, 即

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2\xi\omega_n \frac{dy(t)}{dt} + \omega_n^2 y(t) = S\omega_n^2 x(t) \quad (1-16)$$

式中, $\omega_n = \sqrt{a_0/a_2}$ ——传感器的固有角频率;

$\xi = \frac{a_1}{2\sqrt{a_0 a_2}}$ ——传感器的阻尼比;

$S = b_0/a_0$ ——传感器的静态灵敏度。

带有套管的热电偶、电磁式的动圈仪表及 RLC 振荡电路等均可看作二阶系统。

1.6.3 传感器的动态响应特性

传感器的动态特性不仅与传感器的固有因素有关, 还与传感器输入量的变化形式

有关。也就是说，同一个传感器在不同形式的输入信号作用下，输出量的变化是不同的。通常选用几种典型的输入信号作为标准输入信号，研究传感器的响应特性。

1. 瞬态响应特性

传感器的瞬态响应是时间响应。在研究传感器的动态特性时，有时需要从时域中对传感器的响应和过渡过程进行分析，这种分析方法称为时域分析法。传感器在进行时域分析时，标准输入信号用得比较多的有阶跃信号和脉冲信号，传感器的输出瞬态响应分别称为阶跃响应和脉冲响应。

对传感器突然加载或者突然卸载即属于阶跃输入，这种输入方式既简单易行，又能充分揭示传感器的动态特性，故常采用。

(1) 一阶传感器的单位阶跃响应

一阶传感器的微分方程为 $\tau \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = kx(t)$ ，设其灵敏度为 1，

$$\text{则其传递函数} \quad H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{\tau s + 1} \quad (1-17)$$

对于初始状态为零的传感器，若输入一个单位阶跃信号，即

$$u(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0, \\ 1, & t > 0 \end{cases} \quad (1-18)$$

输入信号的拉氏变换 $X(s) = 1/s$ ，则一阶传感器的单位阶跃响应拉氏变换式为

$$Y_u(s) = H(s)X(s) = \frac{1}{(1 + \tau s)s} \quad (1-19)$$

对 $Y_u(s)$ 求拉氏逆变换可得一阶传感器的单位阶跃响应，即

$$y_u(t) = 1 - e^{-t/\tau} \quad (1-20)$$

相应的响应曲线如图 1-9 所示。

由图可见，传感器存在惯性，它的输出不能立即复现输入信号，而是从零开始，按指数规律上升，最终达到稳态值。理论上传感器的响应只在 t 趋于无穷大时才达到稳态值，但通常认为 $t = (3 \sim 4)\tau$ 时，如当 $t = 4\tau$ 时，其输出就可达到稳态值的 98.2%，可以认为已达到稳态。所以一阶传感器的时间常数 τ 越小，响应越快，响应曲线越接近于输入阶跃曲线，即动态误差越小。因此， τ 值是一阶传感器重要的性能参数。

(2) 二阶传感器的单位阶跃响应

二阶传感器的微分方程如式 (1-16)，设其灵敏度为 1，

$$\text{则其传递函数为} \quad H(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (1-21)$$

二阶传感器的单位阶跃响应拉氏变换为

$$Y_u(s) = \frac{\omega_n^2}{(s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2)s} \quad (1-22)$$

二阶传感器的单位阶跃响应曲线如图 1-10 所示。

二阶传感器对阶跃信号的响应在很大程度上取决于阻尼比 ξ 和固有角频率 ω_n 。

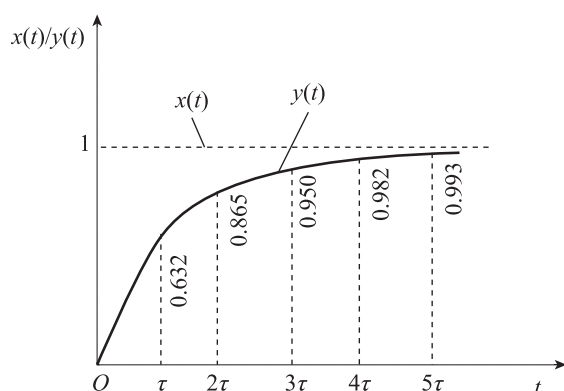


图 1-9 一阶传感器的单位阶跃响应曲线

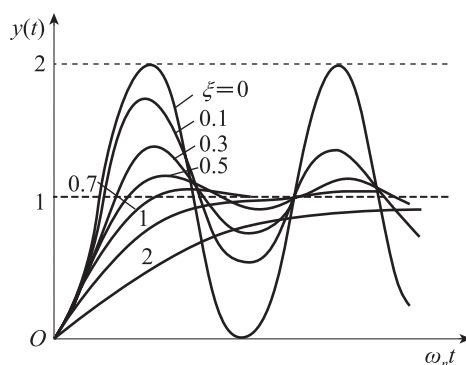


图 1-10 二阶传感器的单位阶跃响应曲线

$\xi = 0$ 时, 特征根为一对虚根, 阶跃响应是一个等幅振荡过程, 这种等幅振荡状态又称为无阻尼状态。

$\xi > 1$ 时, 特征根为两个不同的负实根, 阶跃响应是一个不振荡的衰减过程, 这种状态又称为过阻尼状态。

$\xi = 1$ 时, 特征根为两个相同的负实根, 阶跃响应也是一个不振荡的衰减过程, 但是它是一个由不振荡衰减到振荡衰减的临界过程, 故又称为临界阻尼状态。

$0 < \xi < 1$ 时, 特征根为一对共轭复根, 阶跃响应是一个衰减振荡过程, 在这一过程中 ξ 值不同, 衰减快慢也不同, 这种衰减振荡状态又称为欠阻尼状态。

阻尼比 ξ 直接影响超调量和振荡次数, 为了获得满意的瞬态响应特性, 在实际使用中常按稍欠阻尼调整, 对于二阶传感器取 $\xi = 0.6 \sim 0.7$, 则最大超调量不超过 10%, 趋于稳态的调整时间也最短, 为 $(3 \sim 4)/(\xi\omega)$ 。固有角频率 ω_n 由传感器的结构参数决定, 固有角频率 ω_n 即等幅振荡的频率, ω_n 越高, 传感器的响应也越快。

(3) 传感器的时域动态性能指标

- ①时间常数 τ : 一阶传感器输出上升到稳态值的 63.2% 所需的时间, 称为时间常数。
- ②延迟时间 t_d : 传感器输出达到稳态值的 50% 所需的时间。
- ③上升时间 t_r : 传感器输出达到稳态值的 90% 所需的时间。
- ④峰值时间 t_p : 二阶传感器输出响应曲线达到第一个峰值所需的时间。
- ⑤超调量 σ : 二阶传感器输出超过稳态值的最大值。
- ⑥衰减比 d : 衰减振荡的二阶传感器输出响应曲线的第一个峰值与第二个峰值之比。

2. 频率响应特性

传感器对不同频率成分的正弦输入信号的响应特性称为频率响应特性。一个传感器输入端有正弦信号作用时, 其输出响应仍然是同频率的正弦信号, 只是与输入端正弦信号的幅值和相位不同。频率响应法是从传感器的频率特性出发来研究传感器的输出与输入的幅值比和两者相位差的变化。

(1) 一阶传感器的频率响应

将一阶传感器传递函数式中的 s 用 $j\omega$ 代替后, 可得如下的频率特性表达式:

$$H(j\omega) = \frac{1}{j\omega\tau + 1} = \frac{1}{1 + (\omega\tau)^2} - j \frac{\omega\tau}{1 + (\omega\tau)^2} \quad (1-23)$$

其幅频特性为:
$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}} \quad (1-24)$$

相频特性为:
$$\Phi(\omega) = -\arctan \omega\tau \quad (1-25)$$

一阶传感器频率响应特性曲线如图 1-11 所示。

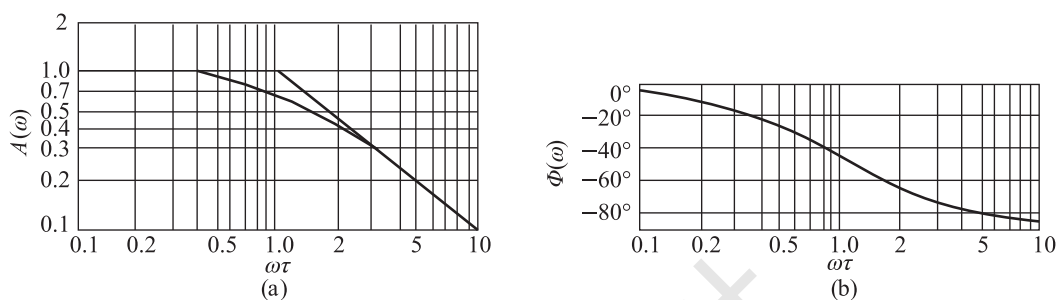


图 1-11 一阶传感器频率响应特性曲线

从图可看出,时间常数 τ 越小,频率响应特性越好。当 $\omega\tau \ll 1$ 时, $A(\omega) \approx 1$, $\Phi(\omega) \approx 0$, 表明传感器输出与输入成线性关系,且相位差也很小,输出 $y(t)$ 比较真实地反映了输入 $x(t)$ 的变化规律。因此减小 τ 可改善传感器的频率特性。

(2) 二阶传感器的频率响应

由二阶传感器的传递函数式可写出二阶传感器的频率特性表达式,即

$$H(j\omega) = \frac{\omega_n^2}{(j\omega)^2 + 2\xi\omega_n(j\omega) + \omega_n^2} = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2 + j2\xi \frac{\omega}{\omega_n}} \quad (1-26)$$

其幅频特性、相频特性分别为:

$$A(\omega) = |H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \left(2\xi \frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}} \quad (1-27)$$

$$\Phi(\omega) = \angle H(j\omega) = -\arctan \frac{2\xi \frac{\omega}{\omega_n}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} \quad (1-28)$$

相位角负值表示相位滞后。由式 (1-27)、式 (1-28) 可画出二阶传感器的幅频特性曲线和相频特性曲线,如图 1-12 所示。

可见传感器的频率响应特性好坏主要取决于传感器的固有角频率 ω_n 和阻尼比 ξ 。当 $\xi < 1$, $\omega_n \gg \omega$ 时, $A(\omega) \approx 1$, $\Phi(\omega)$ 很小,此时传感器的输出 $y(t)$ 再现了输入 $x(t)$ 的波形,通常固有角频率 ω_n 至少应为被测信号频率 ω 的 3~5 倍,即 $\omega_n \geq (3 \sim 5)\omega$ 。

为了减小动态误差和扩大频率响应范围,一般是提高传感器固有角频率 ω_n ,而固有角频率 ω_n 与传感器运动部件质量 m 和弹性敏感元件的刚度 k 有关,即 $\omega_n = (k/m)^{1/2}$ 。增大刚度 k 和减小质量 m 都可提高固有角频率,但刚度 k 增加,会使传感器

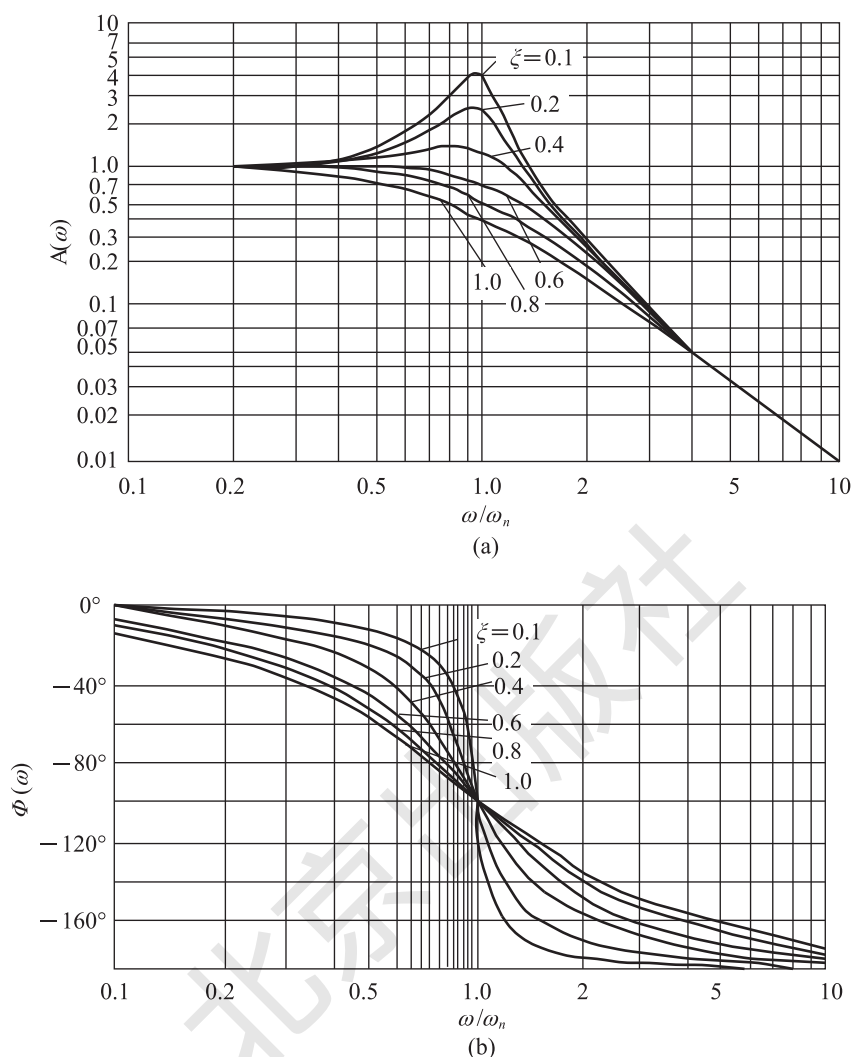


图 1-12 二阶传感器的幅频特性曲线和相频特性曲线

灵敏度降低。所以在实际中，应综合各种因素来确定传感器的各个特征参数。

(3) 频率响应特性指标

①通频带 $\omega_{0.707}$ ：传感器在对数幅频特性曲线上幅值衰减 3 dB 时所对应的频率范围。

②工作频带 $\omega_{0.95}$ (或 $\omega_{0.90}$)：当传感器的幅值误差为 $\pm 5\%$ (或 $\pm 10\%$) 时，其增益保持在一定值内的频率范围。

③时间常数 τ ：用时间常数 τ 来表征一阶传感器的动态特性。 τ 越小，频带越宽。

④固有角频率 ω_n ：二阶传感器的固有角频率 ω_n 表征其动态特性。

⑤相位误差：在工作频带范围内，传感器的实际输出与所希望的无失真输出间的相位差值，即为相位误差。

⑥跟随角 $\phi_{0.707}$ ：当 $\omega = \omega_{0.707}$ 时，对应于相频特性上的相角，即为跟随角。

1.7 传感器的标定

1. 传感器的静态特性标定

传感器的静态特性是在静态标准条件下进行标定的。所谓静态标准条件主要包括没有加速度、振动、冲击（除非这些参数本身就是被测量），环境温度一般为室温，相对湿度不大于85%，气压为 (101 ± 7) kPa等。

一般静态特性标定包括以下步骤：

- (1) 将传感器量程（测量范围）分成若干等间距点。
- (2) 根据传感器量程分点情况，由小到大，逐点递增输入标准量值，并记录与各点输入值相对应的输出值。
- (3) 将输入量值由大到小，逐点递减输入标准量值，并记录与各点输入值相对应的输出值。
- (4) 按(2)、(3)所述过程，对传感器进行正反行程往复循环多次（一般为3~10次）测试，将得到的输出—输入测试数据用表格列出并画出曲线。
- (5) 对测试数据进行必要的处理，根据处理结果可以得到传感器的校正曲线，进而可以确定传感器的灵敏度、线性度、迟滞和重复性。

2. 传感器的动态特性标定

传感器的动态特性标定实质上就是通过实验得到传感器的动态性能指标的具体数值。其确定方法常常因为传感器的形式（如电的、机械的、气动的等）不同而不完全一样，但从原理上一般可分为阶跃信号响应法、正弦信号响应法、随机信号响应法和脉冲信号响应法等。

1.8 检测技术基础

1.8.1 测量的分类

任何实验都离不开测量，没有测量就没有科学。在一定条件下，任何物理量都必然具有某一客观真实的数据。所谓测量，就是以测量出某一物理量值为目的的一系列有意识的科学实践活动。

按测量方法的不同，测量可分为直接测量和间接测量；按测量条件的不同，测量又分为等精度测量和不等精度测量。

1. 直接测量和间接测量

直接测量是把一个量与同类量直接进行比较以确定待测量的量值。一般基本量的测

量都属于此类,如用刻度尺测量物体的长度、用天平称铜块的质量、用秒表测量单摆的周期等。仪表上所标明的刻度或从显示装置上直接读取的值,都是直接测量的量值。

在物理实验中,能够直接测量的量毕竟是少数,大多数是根据直接测量所得数据,运用一定的公式,通过运算,得出所需要的结果。例如,直接测出单摆的长度 l 和单摆

的周期 T ,应用公式 $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$,求重力加速度 g ,这种测量称为间接测量。

2. 等精度测量和不等精度测量

对某一量 N 进行多次测量,得 k 个数值,即 $N_1, N_2, N_3, \dots, N_k$,如果每次测量都是在相同的条件下进行的,则没有理由认为所得的 k 个值中,某一个值比另一个值测得更准确。在这种情况下,所进行的一系列测量称为等精度测量。所谓相同条件的含义,是指同一个人用同一台仪器,每次测量的周围条件都相同(如测量时的湿度、气温、照明情况等均未变动),这种情况就可认为各测量值的精确程度是相同的。对某一量 N 进行了 k 次测量,得到 k 个值,即 $N_1, N_2, N_3, \dots, N_k$,如果每次测量的条件不同,那么这些值的精确程度不能认为是相同的。在这种情况下,所进行的一系列测量叫作不等精度测量。例如,同一实验者用精度不同的 3 种天平称量某一物体质量 m ,得到 3 个值 m_1, m_2, m_3 ,或者用 3 种不同的方法测量某一物质的密度 ρ ,得到 3 个值 ρ_1, ρ_2, ρ_3 ,这些都是不等精度测量。

1.8.2 误差及其分类

用实验方法去研究事物的客观规律,总是在一定的环境(温度、湿度、气压等)和仪器条件下进行的,由于测量条件(温度、湿度、气压等)的变化以及仪器精度的不同,在任何测量中,测量结果 N 与待测量客观存在的真值 N' 之间总存在着一定的差异。测量值 N 与真值 N' 的差值叫作测量误差 ΔN ,简称误差。即

$$\Delta N = N - N' \quad (1-29)$$

任何测量都不可避免地存在误差,所以,一个完整的测量结果应该包括测量值和误差两个部分。真值是理想的概念,一般来说是不可能确切知道的。既然测量不能得到真值,那么怎样才能最大限度地减小测量误差,并估算出误差的范围呢?要回答这些问题,首先要了解误差产生的原因及其性质。误差主要来源于仪器误差、环境误差、人员误差和方法误差。为了便于分析,根据误差的性质把它们归纳为系统误差和随机误差两大类。

1. 系统误差

系统误差的特征是:在同一条件下,多次测量同一量值时绝对值和符号保持不变,或在条件改变时,按一定规律变化的误差。系统误差在某些情况下对测量结果的影响比较大,因此研究系统误差产生的原因,发现、减小或消除系统误差,使测量结果更加趋于正确和可靠,是误差理论研究的重要课题之一,是数据处理中的一个重要内容。

(1) 系统误差产生的原因

系统误差是由固定不变的或按确定规律变化的因素造成的，这些误差一般是可以掌握的。

①测量装置方面的因素：由于仪器设计制造方面的缺陷（如尺子刻度偏大、表盘刻度不均匀等），仪器安装、调整不当等因素产生的误差。

②测量方法方面的因素：测量所依据的理论和公式的近似性引起的误差，如单摆实验中所用的测重力加速度公式 $g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2}$ 就是近似公式；测量条件或测量方法不能满足理论公式所要求的条件等引起的误差，如在实验中忽略了摩擦、散热、电表的内阻等引起的误差都属于这一类。

③环境方面的因素：测量时实际温度与所要求的温度有偏差，测量过程中由温度、湿度、气压等按一定规律变化引起的误差。

④测量人员方面的因素：由于测量者本身的生理特点或固有习惯所引起的误差，如某些人在进行动态测量、记录某一信号时有滞后的倾向等。

(2) 系统误差服从的规律

根据系统误差产生的原因可以确信它不具有抵偿性，它是固定的或服从一定规律的。

①不变系统的误差：在整个测量过程中，误差的符号和大小都固定不变的系统误差叫作不变系统误差。如某尺子的公称尺寸为 100 mm，实际尺寸为 100.001 mm，误差为 -0.001 mm，若按公称尺寸使用，始终会存在 -0.001 mm 的系统误差。

②线性变化的系统误差：在测量过程中，误差值随某些因素做线性变化的系统误差叫作线性变化的系统误差。如刻度值为 1 mm 的标准刻度尺，由于存在刻画误差 Δl mm，每刻度间距实际为 $(1 \text{ mm} + \Delta l)$ ，若用它测量某一物体，得到的值为 k ，则被测长度的实际值为 $L = k(1 \text{ mm} + \Delta l)$ ，这样就产生了随测量值 k 的大小而变化的线性系统误差 $(-k\Delta l)$ 。

③周期性变化的系统误差：测量值随某些因素按周期性变化的误差，称为周期性变化的系统误差。典型的例子如仪表指针的回转中心与刻度盘中心有偏心值 e 时，则指针在任一转角 φ 下由偏心引起的读数误差 ΔL 即为周期性系统误差 $\Delta L = e \sin \varphi$ 。

ΔL 的变化规律符合正弦曲线，指针在 0° 和 180° 时误差为零，而在 90° 和 270° 时误差最大，为 $\pm e$ 。

④复杂规律变化的系统误差：在整个测量过程中，若误差是按确定的且复杂规律变化的，叫作复杂规律变化的系统误差。如微安表的指针偏转角与偏转力矩不能严格保持线性关系，而表盘仍采用均匀刻度所产生的误差等。变化规律不太复杂的系统误差可用多项式来表示，如电阻与温度的关系可用下式表述

$$R = R_{20} + \alpha(t - 20) + \beta(t - 20)^2 \quad (1-30)$$

式中， R ——温度为 t 时的电阻；

R_{20} ——温度为 20°C 时的电阻；

α 和 β ——分别为电阻的一次和二次温度系数。

(3) 系统误差的发现

提高测量精度,首要问题是发现系统误差,然而在测量过程中形成系统误差的因素是复杂的,目前还没有能够适用于发现各种系统误差的普遍方法,只有根据具体测量过程和测量仪器进行全面的仔细分析,针对不同情况合理选择一种或几种方法加以校验,才能最终确定有无系统误差。下面简单介绍几种适用于发现某些系统误差的常用方法。

①实验对比法:这种方法主要适用于发现固定系统误差,其基本思想是改变产生系统误差的条件,进行不同条件的测量。例如,采用不同方法测同一物理量,若其结果不一致,表明至少有一种方法存在系统误差。还可采用仪器对比法、参量改变对比法、改变实验条件对比法、改变实验操作人员对比法等,测量时可根据具体实验情况选用。

②理论分析法:理论分析法主要进行定性分析来判断是否有系统误差。例如,分析仪器所要求的工作条件是否满足,实验依据的理论公式所要求的条件在测量过程中是否满足,如果这些要求没有满足,则实验必有系统误差。

③数据分析法:数据分析法主要进行定量分析来判断是否有系统误差。一般可采用残余误差观察法、残余误差校验法、不同公式计算标准差比较法、计算数据比较法、 t 检验法、秩和检验法等方法。有关误差理论方面的专著对这些方法有详尽的介绍。

(4) 系统误差的减小和消除

在实际测量中,如果判断出存在系统误差,就必须进一步分析可能产生系统误差的因素,想方设法减小和消除系统误差。由于测量方法、测量对象、测量环境及测量人员不尽相同,因而没有一个普遍适用的方法来减小或消除系统误差。下面简单介绍几种减小和消除系统误差的方法与途径。

①从产生系统误差的根源上消除。从根源上消除误差是最根本的方法,通过对实验过程中的各个环节进行认真分析,发现产生系统误差的各种因素。采用近似性较好又比较切合实际的理论公式,尽可能满足理论公式所要求的实验条件;选用能满足测量误差所要求的实验仪器装置,严格保证仪器设备所要求的测量条件;采用多人合作,重复实验的方法。

②引入修正项消除系统误差。通过预先对仪器设备产生的系统误差进行分析计算,找出误差规律,从而找出修正公式或修正值,对测量结果进行修正。

③采用能消除系统误差的方法进行测量。对于某种固定的或变化有规律的系统误差,可以采用交换法、抵消法、补偿法、对称测量法、半周期偶数次测量法等特殊方法进行清除。采用什么方法要根据具体的实验情况及实验者的经验来决定。

无论采用哪种方法都不可能完全将系统误差消除,只要将系统误差减小到测量误差要求允许的范围内,或者系统误差对测量结果的影响小到可以忽略不计,就可以认为系统误差已被消除。

2. 随机误差(又称偶然误差)

随机误差是由感官灵敏度和仪器精密程度的限制、周围环境的干扰以及伴随着测量而来的不可预料的随机因素的影响而造成的。它的特点是大小无定值,一切都是随

机发生的，因而把它叫作随机误差。但它的出现服从以下统计规律：

(1) 单峰性：测量值与真值相差越小，其可能性越大；与真值相差很大，其可能性较小。

(2) 对称性：测量值与真值相比，大于或小于某量的可能性是相等的。

(3) 有界性：在一定的测量条件下，误差的绝对值不会超过一定的限度。

(4) 抵偿性：随机误差的算术平均值随测量次数的增加越来越小。

根据上述特性，通过多次测量求平均值的方法，可以使随机误差相互抵消。算术平均值与真值较为接近，一般作为测量的结果。

随机误差用误差范围来表示，它可由误差理论估算出来，其表示方法有标准误差、平均误差和极限误差等。它们的区别仅在于概率大小的不同。对于初学者来说，首先需要的是建立误差概念以及学会用对实验结果进行评价的简单误差来进行误差估算。有些函数计算器有标准误差的计算程序，可以直接进行标准误差的计算，具体的用法可参阅计算器的使用说明书。

在测量中还可能出现错误，如读数错误、记录错误、操作错误、计算错误等。错误已不属于正常的测量工作范畴，应当尽量避免。克服错误的方法除端正工作态度、操作方法无误外，还可与另一次测量结果相比较的办法发现错误并纠正。

1.8.3 误差的表示形式

误差的表示形式有绝对误差和相对误差两种。绝对误差 $\pm \Delta N$ 表示测量结果 N 与真值 N' 间的相差范围，正负号“ $\pm$ ”表示 N 可能比 N' 大或小。由测量结果 N 及其绝对误差 ΔN 可以看出真值所在的可能范围为 $N - \Delta N \leq N' \leq N + \Delta N$ ，简写为 $N' = N \pm \Delta N$ 。仅仅根据绝对误差的大小还难以评价一个测量结果的可靠程度，还需要看测定值本身的大小，为此引入相对误差的概念。相对误差 $E = \frac{\Delta N}{N'} \times 100\%$ ，表示绝对误差在所测物理量中所占的比重，一般用百分比表示。例如，测量一长度时得 1 000 m，而绝对误差为 1 m，测另一长度时得 100 cm，而绝对误差为 1 cm，后者的相对误差为 1%，而前者的相对误差为 0.1%，所以我们认为前者较后者更可靠。

由于误差的存在，任何测量值 N 都只能在一定近似程度上表示真值 N' 的大小，而误差范围大致说明这种近似程度。完整的测量结果，不仅要说明所得数值 N 及其单位，还必须说明相应的误差，用以下的标准形式表示：

$$N' = (N \pm \Delta N) (\text{单位}) \quad (1-31)$$

$$E = \frac{\Delta N}{N'} \times 100\% \quad (1-32)$$

不标明误差的测量结果在科学上是没有价值的。

如果待测量有理论值或公认值，也可用百分差来表示测量结果的好坏。即

$$\text{百分差 } E_0 = \frac{\text{测量值 } N - \text{公认值 } N''}{\text{公认值 } N''} \times 100\% \quad (1-33)$$

绝对误差、相对误差和百分差通常只取 1~2 位有效数字来表示。

1.8.4 有效数字及简算方法

1. 有效数字的概念

一般来说,实验所处理的数值有两种:一种是没有误差的准确值(如测量的次数,公式中的纯数等);另一种是测量值。测量值总含有一定的误差,因此它的数据就不应无止境地写下去。例如,测量值 $\rho = (1.394\ 23 \pm 0.002)\text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$,由误差可知其第三位小数可能是 2 到 6 之间的数字,因此第三位小数“4”是不可靠的,在它以下的数字就没有表示出来的必要。上面的实验结果应写成 $\rho = (1.394 \pm 0.002)\text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$,其中“1”“3”和“9”是可靠数字,最后一位“4”是可疑数字。一般规定,数值中的可靠数字与所保留的 1 位(或 2 位)可疑数字,统称为有效数字。

测量结果用有效数字表示,可以反映测量的准确度。如用刻度尺测得一物体的长度为 $L = (26.3 \pm 0.2)\text{ mm}$,最后 1 位数“3”是估读出来的,是可疑数字,测量值 L 有 3 位有效数字。如果用游标卡尺测量这个物体的长度,得 $L = (26.30 \pm 0.02)\text{ mm}$,有 4 位有效数字,测量的准确度要高些。

一个物理量的测量值和数字的一个数有着不同的意义,在数学上 $26.3 = 26.30$,但对测量值来说, $26.3 \neq 26.30$,因为它们有着不同的误差,测量的准确度不同。 26.3 mm 有 3 位有效数字,而 26.30 mm 有 4 位有效数字。在记录实验数据的时候,要切记有效数字的位数是从第一个不为零的数字算起的,当然并不是说零不算有效数字。例如, 10.30 中的 2 个零,虽然其中一个处在中间,另一个处在末尾,但因它们都反映了被测量的大小,故都属于有效数字。

对于十进制单位变换,只涉及小数点位置改变,而不允许改变有效数字的位数。例如, 1.3 m 有 2 位有效数字,在换算成以 km 或 mm 作单位的值时应写为

$$1.3\text{ m} = 1.3 \times 10^{-3}\text{ km} = 1.3 \times 10^3\text{ mm}$$

而 $1.3\text{ m} = 1\ 300\text{ mm}$ 的写法是错误的。

实验结果的最后 1 位数字应与绝对误差对齐,绝对误差最多写两位,相对误差也是如此。

2. 有效数字的运算

为获得实验结果,往往需要对测得的数据进行运算。在数据运算中,首先应保证测量的准确程度,在此前提下,尽可能节省运算时间,免得浪费精力。运算时应使结果具有足够的有效数字,不要少算,也不要多算。少算会带来附加误差,降低结果的精确程度;多算是没有必要的,即使算得位数很多,也绝不可能减少误差。下面分别介绍有效数字的运算规则。

(1) 加减运算

几个数相加减时,最后结果的可疑数字与各数值中最先出现的可疑数字对齐。下

面例题运算过程中带数字下画线的是可疑数字。

【例 1-1】已知 $Y = A + B - C$ ，式中 $A = (103.3 \pm 0.5) \text{ cm}$ ， $B = (13.561 \pm 0.012) \text{ cm}$ ， $C = (1.652 \pm 0.005) \text{ cm}$ ，试问：计算结果应保留几位有效数字？

解：先观察一下具体的运算过程：

$$\begin{array}{r} 103.\underline{3} \\ + 13.\underline{561} \\ \hline 116.\underline{861} \end{array} \xrightarrow{\text{可简化为}} \begin{array}{r} 103.\underline{3} \\ + 13.\underline{6} \\ \hline 116.\underline{9} \end{array} \quad \begin{array}{r} 116.\underline{9} \\ - 1.\underline{652} \\ \hline 115.\underline{248} \end{array} \xrightarrow{\text{可简化为}} \begin{array}{r} 116.\underline{9} \\ - 1.\underline{7} \\ \hline 115.\underline{2} \end{array}$$

一个数字与一个可疑数字相加或相减，其结果必然是可疑数字。本例各数值中最先出现可疑数字的位置在小数点后第一位（103.3），按照运算结果保留 1 位可疑数字的原则，上例的简算方法为

$$Y = 103.3 + 13.6 - 1.7 = 115.2 \text{ (cm)}$$

结果表示为

$$Y = (115.2 \pm 0.5) \text{ cm}, \frac{\Delta Y}{Y} = 0.43\%$$

(2) 乘除运算

几个数相乘除，计算结果的有效数字位数与各数值中有效数字位数最少的一个相同（或最多再多保留 1 位）。

【例 1-2】 $1.111 \underline{1} \times 1.1 \underline{1} = ?$ 计算结果应保留几位有效数字？

解：用计算器计算可得 $1.111 \underline{1} \times 1.1 \underline{1} = 1.233 \underline{321}$ ，但是，此结果究竟应取几位有效数字才合理？我们来看一下具体的运算过程便一目了然。见运算式，因为一个数字与一个可疑数字相乘，其结果必然是可疑数字，所以，由上面的运算过程可见，小数点后面第二位的“3”及其以后的数字都是可疑数字。按照保留 1 位可疑数字的原则，计算结果应写成 $1.2 \underline{3}$ ，有 3 位有效数字。这与上面叙述的加减简算法则是一致的，即在此例中，5 位有效数字与 3 位有效数字相乘，计算结果为 3 位有效数字。

$$\begin{array}{r} 1.111 \underline{1} \\ \times 1.1 \underline{1} \\ \hline 1111 \underline{1} \\ 1111 \underline{1} \\ \hline 1.233 \underline{321} \end{array}$$

除法是乘法的逆运算，这里不再详细论述。

在进行乘除运算时，误差传递公式为

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B} \quad (1-34)$$

可见计算结果的相对误差比算式中最大的一个相对误差（ $\Delta A/A$ 或 $\Delta B/B$ ）还要大。相对误差越大，有效数字位数越少。对于一个间接测量值，如果它是由几个直接测量值相乘而计算得到的，那么在进行测量时应考虑各个直接测量值的有效数字位数基本相仿，或者说它们的相对误差要比较接近。如果相差悬殊，那么精度过高的测量就失去了意义。

【例 1-3】在长度测量实验中，用刻度尺、游标卡尺和螺旋测微器分别测量一个长方体的三个边的长， $A = (13.79 \pm 0.02) \text{ cm}$ ， $B = (3.635 \pm 0.005) \text{ cm}$ ， $C = (0.411 \underline{5} \pm 0.000 \underline{5}) \text{ cm}$ ，试计算长方体的体积 V 。

解：根据简算方法，长方体的体积为

$$V = A \cdot B \cdot C = 13.79 \times 3.635 \times 0.4915 = 24.64 (\text{cm}^3)$$

由误差传递公式算得相对误差

$$\begin{aligned}\frac{\Delta V}{V} &= \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B} + \frac{\Delta C}{C} \\ &= \frac{0.02}{13.79} + \frac{0.005}{3.635} + \frac{0.0005}{0.4115} \\ &= 0.14\% + 0.14\% + 0.12\% \\ &= 0.4\%\end{aligned}$$

绝对误差

$$\Delta V = 24.64 \times 0.4\% = 0.1 (\text{cm}^3)$$

结果用标准形式表示，长方体的体积为

$$V = (24.6 \pm 0.1) \text{cm}^3, \frac{\Delta V}{V} = 0.4\%$$

由上例可见，用简算方法与利用误差传递公式计算得到的测量结果表示是一致的。实验中测量三个边的长分别采用不同精度的量具，其目的是使三个边的测量值有相同的有效数字位数，相对误差很接近。

(3) 乘方运算

乘方运算的有效数字位数与其底数相同。

(4) 对数、三角函数和 n 次方运算

它们的计算结果必须按照误差传递公式来决定有效数字位数，而不可以用前面所述的简算方法。

【例 1-4】 已知 $A = 3\,000 \pm 2$ ，计算 $y = \ln A$ 和 $z = \sqrt[3]{A}$ 。

解： $y = \ln A = \ln 3\,000 = 8.006\,367\,6$ ，此值由计算器算得。

按照误差传递公式 $\Delta y = \frac{1}{A} \cdot \Delta A = \frac{2}{3\,000} = 0.000\,7$ ，结果为 $y = \ln A = 8.006\,4 \pm 0.000\,7$ ， $\frac{\Delta y}{y} = 0.009\%$ 。

$z = \sqrt[3]{A} = \sqrt[3]{3\,000} = 14.422\,496$ ，此值由计算器算得。

绝对误差 $\Delta z = \frac{1}{3} A^{-\frac{2}{3}} \Delta A = \frac{1}{3} \times \frac{1}{\sqrt[3]{3\,000^2}} \times 2 = 0.003$

结果为 $z = 14.422 \pm 0.003$ ， $\frac{\Delta z}{z} = 0.02\%$

(5) 数字的截尾运算

在数据处理时，经常要截去多余的尾数，一般截尾时，以“尾数大于五进，小于五舍，等于五时取偶”来定。这个原则比过去习惯规定的四舍五入的截尾规则更合理，这可由下面的分析看出。按四舍五入来截尾时，数字 2 可能是由 1.5，1.6，1.7，1.8，1.9，2.0，2.1，2.2，2.3，2.4 截尾而得到。撇开 1.5 这个数不计，其他几个数的平

均数正好为 2，加 1.5 后，其平均数就比 2 偏小。如按前述规定，则 2 是由 1.5，1.6，1.7，…，2.0，…，2.4，2.5 截尾而得到，平均数正好是 2。截尾时尾数的进与舍机会均等，这就更合理了。

“逢五取偶”是为了避免重复进位而设的。例如，对 2.444 45 这个数来讲，如按“逢五取奇”来取舍，则第一次要取 5 位有效数字，截尾时就应写作 2.444 5；第二次再进一步截尾成 4 位有效数字，为 2.445；等等。这就与直接截尾成 4 位有效数字时所得的 2.444 相矛盾，故规定所需截去的尾数正好等于 5 时，截尾后的最后 1 位应取偶数。

根据以上的截尾原则，将下列数截去尾数成 4 位有效数字，应有

$$2.345\ 26 \rightarrow 2.345$$

$$2.345\ 50 \rightarrow 2.346$$

$$2.346\ 50 \rightarrow 2.346$$

$$2.347\ 50 \rightarrow 2.348$$

(6) 数字的科学记数法

在乘除和开方等运算中，对数字采用科学记数法常常是比较方便的。所谓数字的科学记数法，即将数字分成两部分，第一部分表示有效数字，书写时只在小数点前保留 1 位数，如 3.46，5.894 等；第二部分以 10 的几次幂来表示，如 10^{-8} ， 10^{-4} 等。从下面的例子不难看出这种表示法的优点，如

$$0.000\ 345 \div 139 \rightarrow 3.45 \times 10^{-4} \div (1.39 \times 10^2) = (3.45 \div 1.39) \times 10^{-6}$$

$$0.001\ 73 \times 0.000\ 013\ 4 \rightarrow 1.73 \times 10^{-3} \times 1.34 \times 10^{-5} = (1.73 \times 1.34) \times 10^{-8}$$

$$\sqrt{0.000\ 846} \rightarrow \sqrt{8.46 \times 10^{-4}} = \sqrt{8.46} \times 10^{-2}$$

单元小结

传感器的特性是传感器所有性质的总称。本单元主要从静态和动态角度研究了传感器的输入—输出特性，即静态特性和动态特性。

传感器的静态特性是指被测量的值处于稳定状态时，传感器的输出与输入之间的关系。衡量传感器的静态特性的主要指标为线性度、灵敏度、迟滞和重复性。

传感器的动态特性是指传感器的输出对随时间变化的输入量的响应特性，反映输出值真实再现变化着的输入量的能力。研究动态特性常用的两种标准输入信号为正弦信号和阶跃信号。传感器（线性定常系统）对动态特性的要求是满足叠加性和频率保持性。

思考与练习

1. 什么是传感器？

2. 传感器的共性是什么?
3. 传感器一般由哪几部分组成?
4. 传感器是如何分类的?
5. 改善传感器性能的技术途径有哪些?
6. 什么是传感器的静态特性? 描述传感器静态特性的主要指标有哪些?
7. 用一阶传感器测量 100 Hz 的正弦信号, 如果要求幅值误差限制在 $\pm 5\%$ 以内, 时间常数应取多少? 如果用该传感器测量 50 Hz 的正弦信号, 其幅值误差和相位误差各为多少?
8. 某温度传感器为时间常数 $\tau = 3$ s 的一阶系统, 在传感器受突变温度作用后, 试求传感器指示出温差的 $1/3$ 和 $1/2$ 所需的时间。
9. 某传感器为一阶系统, 当受阶跃函数作用时, 在 $t = 0$ s 时输出为 10 mV; 在 $t = 5$ s 时输出为 50 mV; 在 $t \rightarrow \infty$ 时输出为 100 mV。求该传感器的时间常数。