

习题答案与提示

习题 1-1

1. $\{(x, y) \mid x = 0, y = 1\}$;
2. $A \subseteq C$;
3. $x \in (0.5, 1.5)$

习题 1-2

1. (1) $(-\infty, 0) \cup \left(0, \frac{5}{2}\right]$; (2) $[-1, 1]$;
(3) $(-\infty, 0)$; (4) $\left\{x \mid x > 0, x \neq \frac{n\pi}{2} \quad (n = N)\right\}$;
(5) $(-1, 0) \cup (0, 1)$; (6) $[0, 2]$
(7) $(-\infty, 0) \cup [0, 2]$; (8) $(-\infty, -1) \cup [1, +\infty]$;
(9) $x = 2n\pi (n = 0, 1, 2, \dots)$; (10) $[e, +\infty)$;
(11) $[-\infty, +\infty)$;
2. (1) 单调递增; (2) 单调递减; (3) 单调递增.
3. 不一定无界. 例如: $\arctan x$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 为单调递增, 但有界: $|\arctan x| < \frac{\pi}{2}$; $\tan x$ 在 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 为单调递增, 却无界.
4. (1) 奇函数; (2) 非奇非偶函数, 因为定义域不与原点对称;
(3) 非奇非偶函数; (4) 偶函数;
(5) 奇函数; (6) 非奇非偶函数, 因为定义域不与原点对称.
5. 是周期函数. 最小周期为 π .
6. C
7. $f^{-1}(x) = \frac{2x+3}{4x-2}, x \in \left(-\infty, \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$.
8. (1) $f[f(x)] = (x^2 - x)(x^2 - x - 1)$; (2) $f[\varphi(x)] = \sin 2x(\sin 2x - 1)$;
(3) $\varphi[f(x)] = \sin 2(x^2 - x)$.
9. 由函数 $f(x)$ 与 $\varphi(x) = x^2$ 复合而成. $\varphi[f(x)] = [f(x)]^2, f[\varphi(x)] = f(x^2)$.
10. (1) $[-1, 0) \cup (0, 1]$; (2) $(2k\pi, (2k+1)\pi), k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$;
(3) $(1, 10]$; (4) $(1, \frac{3}{2}]$.

11. (1) $\frac{2}{3}\pi$; (2) π ; (3) $-\frac{\pi}{12}$.
 12. (1) (2) (3) 是初等函数; (4) 不是初等函数.

习题 1-3

1. 2 00 (万元), $\frac{20}{3}$ (万元).
 2. 6000, 60.

习题 1-4

1. 略
 2. 略.

第一章 自我测验题

1. B 2. A 3. B 4. C 5. $\varphi[\varphi(x)] = x, \varphi^{-1}(x) = \sqrt[n]{1-x^n}$.
 6. (1) $x \neq 1, x \neq 2$; (2) $\left\{x \mid x \neq 2k\pi \pm \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$; (3) $[4, 5]$.
 7. 略.
 8. (1) 9 元; (2) 9 仲.

第一章 总复习题

1. (1) $[0, 2]$; (2) $[1, +\infty]$; (3) $\{x \mid 2k\pi \leq x \leq (2k+1)\pi, k \in \mathbb{Z}\}$;
 (4) $[-1, 1]$; (5) $[0, 1]$.
 2. $f(10^{-1}) = -\frac{\pi}{2}, f(1) = 0, f(10) = \frac{\pi}{2}$.
 3. $f(1) = 0, f(-2) = 3, f(0) = 0$.
 4. $f(x+1) = \begin{cases} x+1, & x < -1 \\ x+2, & x \geq -1 \end{cases}, f(x-1) = \begin{cases} x-1, & x < 1 \\ x, & x \geq 1 \end{cases}$.
 5. (1) $y = \sqrt{u}, u = 2 - x^2$;
 (2) $y = \tan u, u = e^v, v = 5x$;
 (3) $y = u^2, u = \sin v, v = 1 + 2x$;
 (4) $y = u^3, u = \arcsin v, v = 1 - x^2$;

(5) $y = \sqrt{u}$, $u = \ln v$, $v = \tan w$, $w = x^2$;

(6) $y = \cos u$, $u = \frac{1}{x-1}$.

6. $s = \sqrt{(20t)^2 + (80-15t)^2}$, $t \geq 0$.

8. (1) $10^{\ln 100}$ (2) $3 \ln 10$ (3) $10^{\ln x}$ (4) $x \ln 10$.

9. $S = \pi r^2 + \frac{2V}{r}$.

10. $R = x^2$.

11. $L = -100 + 248x - 6x^2$.

12. (1) $C = 200 + 10q$ ($0 < q \leq 120$); $\bar{C} = \frac{200}{q} + 10$.

(2) $R = 15q$ ($0 \leq q \leq 120$).

13. 略.

习题 2-1

1. (1) $\frac{3}{5}$; (2) 0; (3) 0; (4) ∞ ;
(5) $\frac{1}{2}$; (6) 1.

2. (1) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -1$; $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1$; $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 不存在;

(2) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$;

(3) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 1$; $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0$; $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 不存在;

(4) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 0$; $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 5$; $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 不存在.

3. $\lim_{x \rightarrow -5} f(x) = 14$; $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 不存在; $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 2$; $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 4$.

4. $a = 1$; $b = 1$.

习题 2-2

1. (1) 0; (2) 0; (3) $\frac{1}{3}$; (4) 0;
(5) 4; (6) -1.

2. $a = 0$; $b = 6$

习题 2-3

1. (1) $\frac{3}{5}$; (2) 1; (3) 1; (4) 0;
2. (1) $e^{-\frac{1}{2}}$; (2) e^{2a} ; (3) e^{-2} ; (4) $e^{\frac{1}{2}}$.

习题 2-4

1. 不是, 是.
2. (1) 同阶; (2) 高阶; (3) 高阶;
(4) 等价; (5) 等价; (6) 高阶.
3. (1) $\frac{1}{2}$; (2) $\frac{2}{9}$; (3) $\frac{1}{4}$.

习题 2-5

1. $a=1$.
2. (1) $x=1$ (可去); (2) $x=0$ (跳跃);
(3) $x=1$ (可去), $x=0$ (跳跃), $x=n, (-1, -3, -4, \dots)$, (无穷), $x=-2$ (可去).
3. 不一定.
4. 略

第二章 自我测验题答案

- 一、1. e^{-2} 2. $\frac{1}{3}$ 3. $x=\pm 1, 0$; $x=1$.
二、1. D 2. D 3. A 4. A 5. C
三、1. (1) $\frac{1}{4}$ (2) 0 (3) e (4) $\frac{1}{5}$

2. $f(0^+) = f(0^-) = f(0) = -1$, 故 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续.

3. 略.

第二章 总复习题答案

一、

1. 3.
2. e^k .
3. $\frac{3}{2}$.
4. 2.
5. 可去.
二、1. C. 2. B. 3. B. 4. D. 5. A.

三、1. (1) e^{-2} ; (2) 1; (3) $\frac{2}{5}$; (4) $\cos a$;

(5) $-\frac{\pi}{4}$.

2. $a = \frac{3}{2}$.

3. $x_1 = 0$, 第二类, $x_2 = 1$, 第一类.

4. 略.

习题 3-1

1. (1) 存在, 等于 $f'(x_0)$; (2) 存在, 等于 $f'(x_0)$; (3) 存在, 等于 $2f'(x_0)$.

2. $f'(x_0)$ 、 $f'(x)|_{x=x_0}$ 都表示函数 $y = f(x)$ 在点 x_0 处的导数; $f'(x)$ 表示函数 $y = f(x)$ 在区

间 I 上的导数; $[f(x_0)]'$ 表示函数 $y = f(x)$ 在点 x_0 处的函数值的导数.

3. 是; 只与 x 有关, 与 Δx 无关; x 是常量, Δx 是变量.

4. 在 $x = 1$ 的导数为 $\frac{2}{3}$, 在 $x = 0$ 的右导数为 $+\infty$.

5. 略.

6. 连续; 可导.

7. $a = 2$, $b = -1$.

习题 3-2

1. (1) $4x + \frac{3}{x^4} + 5$; (2) $x(2\sin x + x\cos x)$; (3) $\frac{\sin x - 1}{(x + \cos x)^2}$;

(4) $1 + \ln x + \frac{1}{x^2}(1 - \ln x)$; (5) $2^x \ln 2 + 8x^7$; (6) $2e^x \sin x$;

(7) $-\sin x + \ln x(\sin x + x\cos x)$; (8) $\frac{1}{2\sqrt{x-x^2}}$; (9) $-\frac{1}{1+x^2}$;

(10) $\frac{2x^2}{1-x^6}(\frac{1+x^3}{1-x^3})^{\frac{1}{3}}$; (11) $-(1+x^2)^{-\frac{3}{2}}$; (12) $ax^{a-1} + \alpha^x \ln \alpha$;

(13) $n\sin^{n-1} x \cos(n+1)x$; (14) $\cos u \cos(\sin u) \cos[\sin(\sin u)]$;

(15) $2\csc^2 t$; (16) $-16\cot 2x \csc^2 2x$; (17) $\sqrt{a^2 - x^2}$;

(18) $\frac{2^\theta \ln 2}{1+4^\theta} - \frac{2\theta}{1+\theta^4}$; (19) $-\frac{2}{\arccos 2x \cdot \sqrt{1-4x^2}}$;

(20) $e^{-x} \left[\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}} - \arccos \frac{1}{x} \right]$;

$$(21) \quad 2x \sin x (1+x^2)^{\sin x - 1} + (1+x^2)^{\sin x} \cos x \ln(1+x^2);$$

$$(22) \quad \sec x \cdot x^{\sec x - 1} + x^{\sec x} \sec x \tan x \ln x;$$

$$(23) \quad 2\theta - 6 \tan(\tan 3\theta) \sec^2 3\theta;$$

$$(24) \quad \sqrt{x^2 + a^2};$$

$$(25) \quad \sin \ln|x|;$$

$$(26) \quad \frac{1}{b^2 \cos^2 ax - c^2 \sin^2 ax};$$

$$(27) \quad e^{\cos x} (2x \cos x^2 - \sin x \sin x^2).$$

$$2. (1) \quad \frac{4}{9};$$

$$(2) \quad -2;$$

$$(3) \quad -\frac{2}{\pi^2 + 6}.$$

$$3. \quad a = d = 1, \quad b = c = 0.$$

$$4. (1) \quad -\frac{3x}{4y};$$

$$(2) \quad \frac{\cos(x+y)}{e^y - \cos(x+y)};$$

$$(3) \quad \frac{\sin y}{1 - x \cos y};$$

$$(4) \quad \frac{\cot y + y \sin(xy)}{x[\csc^2 y - \sin(xy)]};$$

$$(5) \quad \frac{e^y}{1 - xe^y}.$$

$$5. 1.$$

$$6. (1) \quad \frac{y}{2} \left(\frac{3}{3x-2} + \frac{2}{5-2x} - \frac{1}{x-1} \right);$$

$$(2) \quad y \left[1 + \cot x + \frac{1}{3x} + \frac{2x}{3(x^2-1)} - \frac{4x}{3(x^2-4)} \right];$$

$$(3) \quad y[\cos x \cot x - \sin x \ln(\sin x)].$$

$$7. \quad x + 2y - 8 = 0, \quad 2x - y - 1 = 0.$$

$$8. (1) \quad 4x - 3y - 5 = 0;$$

$$(2) \quad x = 0.$$

习题 3-3

$$1. \quad D.$$

$$2. \quad y'' = \frac{3}{4\sqrt{x^5}} + \frac{1}{4\sqrt{x^3}}; \quad y''(1) = 1.$$

$$3. \quad 5\text{m/s}; \quad 10\text{m/s}^2.$$

$$4. \quad (-1)^{n-1} (n-1)! x^{-n}.$$

$$5.$$

习题 3-4

$$1. (1) \quad dy = (5x^4 + 6x^2 - 7)dx;$$

$$(2) \quad dy = \frac{-2x}{1-x^2} dx;$$

$$(3) \quad dy = -2 \arccos x \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx; \quad (4) \quad dy = x^{-\frac{3}{2}} (1 - \frac{1}{2} \ln x) dx;$$

$$(5) \quad d\rho = (a^3 \sin 2ax - b^3 \sin 2bx) dx.$$

$$2. (1) x^3 + C; \quad (2) \arctan x + C; \quad (3) \sin 2x + C;$$

$$(4) \sec x + C; \quad (5) \frac{2}{3}(a+x)^{\frac{3}{2}} + C; \quad (6) \frac{1}{2}(\ln x)^2 + C;$$

$$(7) -\ln \cos x + C; \quad (8) -\frac{3}{4}e^{-2x^2} + C; \quad (9) \ln|x-1| + C.$$

第三章 自我测验题

$$\text{一、 } 1. \left(3x^2 + \frac{1}{1+x}\right) dx \quad 2. \frac{y-2x}{2y-x} \quad 3. y = \left(4^{\frac{1}{3}} + 2e^{-2}\right)(x+1) + e^{-2}$$

$$4. 891(1-3x)^{98} - \frac{3}{x^2 \ln 2} - 4 \sin 2x. \quad 5. \frac{1}{2}.$$

$$\text{二、 } 1. B. \quad 2. D. \quad 3. D. \quad 4. C. \quad 5. A.$$

$$\text{三、 } 1. 6x - 2 \sin 2x. \quad 2. 10(38x^2 - 76x + 46)(x^2 - 2x + 5)^8.$$

$$3. \frac{(x-1) \cot x - \ln \sin x}{(x-1)^2}.$$

$$4. 6 \cdot 10^6 \ln 10 + \frac{1}{x^2}(1 - \ln x) \cdot x^{\frac{1}{x}}. \quad 5. -\frac{1}{2}.$$

$$6. f'(x) = \begin{cases} -2e^{2x}, & x < 0 \\ 2x, & x > 0. \\ \text{不存在}, & x = 0 \end{cases}$$

$$7. \frac{dy}{dx} = \frac{-1}{2 + \sin y}, \quad \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{-\cos y}{(2 + \sin y)^3}.$$

$$8. a = 2, \quad b = 1.$$

第三章 总复习题

$$\text{一、 } 1. \frac{1}{2} + e. \quad 2. 2. \quad 3. (e^x \ln x + \frac{1}{x} e^x) dx. \quad 4. -2.$$

5. $y = (1 + e)x - 1$. 6. 1. 7. $(\sin^2 x - \cos x)e^{\cos x}$.

8. $-\frac{1}{x^2} f''\left(\frac{1}{x}\right) + \frac{2}{x^3} f'\left(\frac{1}{x}\right)$.

二、 1. B. 2. D. 3. C. 4. C. 5. C.

三、 1. (1) $8(2x+3)^3$; (2) $-2e^{2x}$; (3) $-3\cos^2 x \sin x$; (4) $-\cot(1-x)$.

2. $\frac{1}{2}$.

3. $\frac{x \ln x}{(x^2 - 1)^{\frac{3}{2}}} dx$.

4. $\frac{2xy}{\cos y + 2e^{2y} - x^2}$.

5. $\pi \ln \pi + \pi + 1$.

6. $t, -\frac{t^3}{1 + 2 \ln t}$.

7. $6x - \csc^2 x$.

8. $2\phi(0)$.

9. (1) $m \geq 1$; 2. $m \geq 2, f'(0) = 0$.

10. $a = \frac{1}{2}$.

习题 4-1

1. 有三个实根 x_1, x_2, x_3 ; 分别在区间 $(1, 2), (2, 3), (3, 4)$ 内.

习题 4-2

1. (1) 1; (2) $-\frac{1}{3}$; (3) $+\infty$; (4) $-\frac{1}{6}$; (5) $\ln \frac{2}{3}$; (6) $\frac{1}{2}$;

(7) 1; (8) $e^{\frac{1}{6}}$; (9) 1; (10) 0; (11) $-\frac{e}{2}$.

2. 都是; 存在; 等于 0 与 $\frac{1}{2}$; 不能; 失效.

习题 4-3

2. 桶高=桶底的直径; 桶高=桶底的半径.

4. 底半径 $r = R/\sqrt{2}$; 高 $h = \sqrt{2}R$.
5. 当 $R = r$ 时, P 有最大值 $E^2/4r$.
6. (1) $(-\infty, 0)$ 是凸的, $(0, \frac{1}{2})$ 是凹的, $(\frac{1}{2}, +\infty)$ 是凸的, 拐点 $(0, 0)$, $(\frac{1}{2}, \frac{1}{16})$.
- (2) $(0, 1)$ 是凸的, $(1, e^2)$ 是凹的, $(e^2, +\infty)$ 是凸的, 拐点 (e^2, e^2) .
- (3) $(-\infty, -\sqrt{3})$ 是凸的, $(-\sqrt{3}, 0)$ 是凹的, $(0, \sqrt{3})$ 是凸的, $(\sqrt{3}, +\infty)$ 是凹的, 拐点 $(-\sqrt{3}, -\frac{\sqrt{3}}{4})$, $(0, 0)$, $(\sqrt{3}, \frac{\sqrt{3}}{4})$.
- (4) $(-\infty, 2-\sqrt{2})$ 是凹的, $(2-\sqrt{2}, 2+\sqrt{2})$ 是凸的, $(2+\sqrt{2}, +\infty)$ 是凹的, 拐点 $(2-\sqrt{2}, (3-2\sqrt{2})e^{-2+\sqrt{2}})$, $(2+\sqrt{2}, (3+2\sqrt{2})e^{-2-\sqrt{2}})$.
8. (1) $K = 0.06\sqrt{10}$, $K = 1.536$; (2) $K = 1$, $K = 0$;
- (3) $K = \frac{1}{a}$; (4) $K = \frac{a}{b^2}, \frac{b}{a^2}$.
9. $\frac{40\sqrt{10}}{3}$.
10. $a = \frac{2}{3\sqrt{3}}$, $b = \frac{-1}{3\sqrt{3}}$ 或 $a = \frac{2}{3\sqrt{3}}$, $b = \frac{7\sqrt{3}}{9}$.

第四章 自我测验题

一、填空题

1. $(\frac{17}{20}, -\frac{81}{200})$; 2. 2; 3. $(1, 0)$; 4. $\sqrt{3} + \frac{\pi}{6}$; 5. $4x^3 - 3x$.

二、选择题

1. C; 2. B; 3. A; 4. D; 5. C.

三、求下列极限

1. (1) $\ln 2 - \ln 3$; (2) 1; (3) 0.
2. 极大值 $f(1) = 14$; 极小值 $f(2) = 13$.
4. 提示: 令 $f(x) = x^5 + 3x^3 + x - 3$
5. (1) $f(x)$ 在 $(-\infty, 1)$, $(3, +\infty)$ 内单调增加, 在 $(1, 3)$ 内单调减少; 极小值为 $f(3) = \frac{27}{4}$;

(2) 在 $(-\infty, 0)$ 内曲线为凸的,在 $(0, 1)$, $(1, +\infty)$ 内曲线为凹的, $(0, 0)$ 为拐点;

(3) $x=1$ 为垂直渐近线,无水平渐近线.

6. 底边为 10m,高为 5m.

第四章 总复习题

一、填空题

1. 0. 2. $e^{-\frac{\pi}{2}}$. 3. $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty), (0, 1)$. 4. 2; 0.
5. $(-1, 1)$, $(-\infty, 1)$ 和 $(1, +\infty)$; $(-1, \ln 2)$ 和 $(1, \ln 2)$. 6. $x = -\frac{1}{2}$.
7. 1, -3, -24, 16.

二、选择题

1. D; 2. BD; 3. A; 4. D; 5. D; 6. B.

三、计算应用题

1. (1) 2; (2) $\frac{1}{2}$; (3) -1; (4) $\frac{1}{2}$; (5) 1; (6) $e^{\frac{1}{2}}$.
3. (1) 在 $(-\infty, \frac{1}{2}]$ 内单调减少,在 $[\frac{1}{2}, +\infty)$ 内单调增加;
(2) 在 $[0, n]$ 上单调增加,在 $[n, +\infty)$ 内单调减少.
4. (1) 极小值 $f(\frac{1}{\sqrt{e}}) = -\frac{1}{2e}$; (2) 极大值 $f(2) = \sqrt{5}$.
5. (1) 最大值 $y(-1) = e$,最小值 $y(0) = 0$;
(2) 最小值 $y(-3) = 27$,没有最大值.
6. 单调增区间为 $(-1, 1)$,单调减区间为 $(-\infty, -1), (1, +\infty)$; 凹区间为 $(-\sqrt{3}, 0), (\sqrt{3}, +\infty)$,
凸区间为 $(-\infty, -\sqrt{3}), (0, \sqrt{3})$; 极大值 $\frac{1}{2}$, 极小值 $-\frac{1}{2}$; 当 $x < 0$ 时, $y < 0$; 当
 $x > 0, y > 0$; $y = 0$ 为曲线的水平渐近线.
7. $\frac{3}{2}a(\text{km/h})$.

习题 5-1

2. $y = \tan x - \cos x + 6$.

习题 5-2

1. (1) $\ln|x| - 3\arcsin x + C$; (2) $\frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} + x + C$;
 (3) $\arctan x - \frac{1}{x} + C$; (4) $\frac{(ae)^x}{1+\ln a} + C$;
 (5) $-\frac{1}{4}(\cot \theta + \operatorname{tg} \theta) + C$; (6) $\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}\sin x - 2\ln|x| - \cot x + C$.

习题 5-3

1. (1) $-\frac{1}{16(2x+3)^8} + C$; (2) $-2e^{\frac{x}{2}} + C$;
 (3) $\frac{1}{2}\cot(\frac{\pi}{4} - 2x) + C$; (4) $\frac{1}{\sqrt{3}}\arcsin\sqrt{\frac{3}{2}}x + C$;
 (5) $\ln|x^2 - 3x + 8| + C$; (6) $\frac{3}{8}(1+x^2)^{\frac{4}{3}} + C$; (7) $-\frac{1}{4}\ln|3-2x^2| + C$.
 (8) $-\frac{1}{4}\cos^4 \theta + C$; (9) $\frac{2}{3}(\ln x)^{\frac{3}{2}} + C$; (10) $\sqrt{1+2\tan x} + C$.
 (11) $\arcsin\frac{x-1}{\sqrt{2}} + C$; (12) $\arcsin(2x-1) + C$.
 (13) $\frac{2}{375}(4+15x)(2-5x)^{\frac{3}{2}} + C$; (14) $2\sqrt{1+t} - 2\ln(1+\sqrt{1+t}) + C$;
 (15) $\sqrt{x^2-a^2} - a\arctan\sqrt{\frac{x^2-a^2}{a}} + C$; (16) $\sqrt{x^2-a^2} - a\arccos\frac{a}{x} + C$;
 (17) $\sqrt{1-e^{2x}} + \frac{1}{2}\ln\left|\frac{\sqrt{1-e^{2x}}-1}{e^x}\right| + C$; (18) $\frac{1}{5}(1+x^2)^{\frac{5}{2}} - \frac{1}{3}(1+x^2)^{\frac{3}{2}} + C$;
 (19) $-6\left[\frac{1}{7}(x+1)^{\frac{7}{6}} - \frac{1}{5}(x+1)^{\frac{5}{6}} - \frac{1}{4}(x+1)^{\frac{2}{3}} + \frac{1}{3}\sqrt{x+1}\right.$
 $\left. + \frac{1}{2}\sqrt[3]{x+1} - \sqrt{x+1} - \frac{1}{2}\ln(\sqrt[3]{x+1}+1) + \arctan\sqrt[6]{x+1}\right] + C$;
 (20) $2\sqrt{1+\ln x} + \ln\left|\frac{\sqrt{1+\ln x}-1}{\sqrt{1+\ln x}+1}\right| + C$; (21) $\ln(e^x + \sqrt{e^{2x}+1}) + C$.

习题 5-4

1. (1) $x(\ln x - 1) + C$; (2) $x \arccos x - \sqrt{1-x^2} + C$;
 (3) $\frac{e^x}{10}[5 - (\cos 2x + 2 \sin 2x)] + C$; (4) $2(\sin \sqrt{\theta} - \sqrt{\theta} \cos \sqrt{\theta}) + C$;
 (5) $-e^{-x}(x^2 + 2x + 2) + C$; (6) $\sqrt{1+x^2} \arctan x - \ln(x + \sqrt{1+x^2}) + C$.
 2. $I_1 = \frac{x}{2}[\sin(\ln x) - \cos(\ln x)] + C$, $I_2 = \frac{x}{2}[\sin(\ln x) + \cos(\ln x)] + C$.

习题 5-5

1. (1) $2 \ln|x+2| - \frac{1}{2} \ln|x+1| - \frac{3}{2}|x+3| + C$; (2) $\frac{2}{3} \ln \left| \frac{x-2}{x+1} \right| + \frac{1}{x-2} + C$;
 (3) $\ln \left(\frac{1}{x-2} \right)^4 - \frac{4}{x-2} - \frac{1}{x-1} + C$; (4) $\frac{1}{2} \ln(1+x^2) + C$.
 (5) $2(\csc x - \cot x) - x + C$; (6) $-\frac{8}{3} \cot^3 2x - 8 \cot 2x + C$;
 (7) $\frac{2}{\sqrt{5}} \arctan \left(\frac{1}{\sqrt{5}} \tan \frac{x}{2} \right) + C$; (8) $\frac{1}{2a^2} \ln(a^2 \tan^2 x + b^2) + C$.
 (9) $2\sqrt{x} - 2 \ln(1 + \sqrt{x}) + C$; (10) $-\frac{3}{2} \sqrt[3]{\frac{x+1}{x-1}} + C$;
 (11) $\frac{x^2}{2} - \frac{x}{2} \sqrt{x^2-1} + \frac{1}{2} \ln|x + \sqrt{x^2-1}| + C$.

第五章 自我测验题

一、填空题

1. $2\sqrt{x} + \frac{2}{3}(\sqrt{x})^3 + C$; 2. $3e^{\frac{1}{3}(x+1)} + C$; 3. $\frac{f(x)}{1+x^2}$;
 4. $xe^{-x} + e^{-x} + C$; 5. $2x^2 - x + C$.

二、选择题

1. A; 2. D; 3. B; 4. C; 5. D.

三、计算题

1. $\frac{2}{3}(x+1)^{\frac{3}{2}} - x + C$; 2. $4x - 5 \arctan x + C$; 3. $\sin x - \cos x + C$;

4. $-\frac{1}{3}\cos(x^3+3x)+C$; 5. $2\sqrt{x+1}\sin\sqrt{x+1}+2\cos\sqrt{x+1}+C$;
 6. $\frac{1}{3}x^3-x+\arctan x+C$; 7. $\frac{1}{5}\sqrt{(1+x^2)^5}-\frac{1}{3}\sqrt{(1+x^2)^3}+C$;
 8. $-4\sqrt{1+e^x}-2\ln(\sqrt{1+e^x}-1)+2\ln(\sqrt{1+e^x}+1)+C$;
 9. $\frac{1}{2}x[\sin\ln x-\cos\ln x]+C$; 10. $\frac{1}{3}x^3\arctan x-\frac{x^2}{6}+\frac{1}{6}\ln(1+x^2)+C$.

第五章 总复习题

一、填空题

1. $6xdx$; 2. $\frac{1}{2}f(2x)+C$; 3. $2\sin x\cos x$; 4. $\cos x-\frac{2\sin x}{x}+C$
 5. $-\frac{x}{3}\cos 3x+\frac{1}{9}\sin 3x+C$; 6. $\frac{1}{3}\cos^3 x-\cos x+C$; 7. $2e^{\sqrt{x}}+C$;
 8. $\ln|x+\cos x|+C$; 9. $\frac{1}{3}f^3(x)+C$; 10. $F(\ln x)+C$.

二、选择题

1. A; 2. D; 3. B; 4. B; 5. C.

三、计算应用题

1. (1) $\ln|x|+4^x(\ln 4)^{-1}+C$; (2) $\arctan e^x+C$; (3) $\frac{1}{2(1-x)^2}-\frac{1}{1-x}+C$;
 (4) $2x+\arctan x+C$; (5) $\frac{1}{3}(x^2+3)^{\frac{3}{2}}+C$; (6) $-\frac{1}{3}\ln|2-3e^x|+C$;
 (7) $\frac{1}{3}\arcsin\frac{3}{2}x+C$; (8) $\frac{2}{3}(x+2)^{\frac{3}{2}}-4(x+2)^{\frac{1}{2}}+C$; (9) $-\frac{\sqrt{4+x^2}}{4x}+C$;
 (10) $\frac{1}{3}e^{3x}\left(x^2-\frac{2}{3}x+\frac{2}{9}\right)$; (11) $e^x\ln x+C$;
 (12) $x\ln(x^2+1)+2\arctan x-2x+C$;
 (13) $\frac{-e^{-x}\sin 2x-2e^{-x}\cos 2x}{S}+C$; (14) $2\sqrt{x}\ln x-4\sqrt{x}+C$.

2. $x\ln|x|+C$.

3. $Q(P) = 1000 \times \left(\frac{1}{3}\right)^P + 2000$

习题 6-1

1. (a) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$; (b) $\int_1^2 \frac{x^2}{4} dx$; (c) $\int_e^{e+2} \ln x dx$.

习题 6-2

1. (1) $-\frac{3}{4} < \int_1^4 (x^2 - 3x + 2) dx < 18$; (2) $\frac{\pi}{2} < \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin x} dx < \frac{\pi}{2} e$;
 (3) $\frac{1}{2} < \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{2x^2 - x + 1}} dx < \frac{\sqrt{14}}{7}$; (4) $\frac{\pi}{16} < \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{5 + 3 \cos^2 x} dx < \frac{\pi}{10}$.
 3. $\frac{\pi}{4} a$.

习题 6-3

1. (1) $f'(x) = \frac{1-x+x^2}{1+x+x^2}$, $f'(1) = \frac{1}{3}$; (2) $f'(1) = -\sqrt{2}$;
 (3) $f'(x) = (1-4x) \ln x$, $f'(\frac{1}{2}) = \ln 2$; (4) $\frac{dy}{dx} = -\frac{\cos x}{e^y}$.
 2. (1) $\frac{45}{4}$; (2) $\frac{\pi}{12}$; (3) $e-1$; (4) $3\frac{1}{6}$.
 3. 1.
 4. $1\frac{5}{12}$.

习题 6-4

1. (1) $10\frac{2}{3}$; (2) $\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$; (3) $\frac{1}{858}$; (4) $\frac{\pi}{16}$;
 (5) 1; (6) $2 - \frac{\pi}{4}$; (7) $\frac{3\pi}{16}$; (8) $\ln \frac{9}{2}$;
 (9) $\ln \frac{2e}{1+e}$; (10) $2(\sqrt{3}-1)$; (11) $4-\pi$; (12) $\frac{7\pi^2}{144}$.
 2. 不能.
 3. 不正确.

习题 6-5

1. (1) $\frac{1}{5}(e^\pi - 2)$; (2) $\frac{1}{2}(\frac{\pi}{2} - 1)$; (3) $\frac{16}{15}$; (4) $\frac{4}{3}$; (5) 0.

$$2. \frac{1}{2} \ln 2 - \frac{1}{4}.$$

习题 6-6

$$1. (1) \frac{\pi}{2}; \quad (2) 1 - \ln 2; \quad (3) \frac{1}{2e}; \quad (4) \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \ln 2;$$

$$(5) \pi; \quad (6) \frac{a}{a^2 + b^2};$$

$$2. (1) 1; \quad (2) 1; \quad (3) \text{发散}; \quad (4) 2\frac{2}{3}; \quad (5) \text{发散}; \quad (6) \pi.$$

习题 6-7

$$1. (1) 5\frac{1}{3}; \quad (2) \frac{1}{3}; \quad (3) 12; \quad (4) \frac{a^2}{6}; \quad (5) \ln 2 - \frac{1}{2};$$

$$(6) 42\frac{2}{3}; \quad (7) \frac{5}{8}\pi a^2.$$

$$2. \frac{125\pi}{3}\sqrt{3} \quad 3. (1) 256;$$

$$4. (1) \pi; \quad (2) 2\pi; \quad (3) \frac{2\pi}{3}; \quad (4) 6\pi^3 a^3;$$

$$5. \frac{1}{4}(e^2 + 1); \quad 6. 2\pi^2 a; \quad 7. 6a; \quad 8. 8a; \quad 9. \frac{2}{3}h;$$

$$10. \rho_0 l(1 + \frac{2}{\pi}); \quad 11. 2\pi R^3$$

$$12. \frac{64}{5}\pi.$$

第六章 自我测验题

一、填空题

$$1. f(b) - f(a) + 2(b - a); \quad 2. >; \quad 3. \frac{\pi}{2}; \quad 4. -2x \ln(1 + x^2).$$

二、选择题

$$1. D; \quad 2. C; \quad 3. D; \quad 4. C.$$

三、计算下列各题

$$1. (1) 3 \ln 2 - 1; \quad (2) \frac{3}{2}; \quad (3) \ln 2e - \ln(1 + e); \quad (4) \frac{2}{9}e^{\frac{3}{2}} + \frac{4}{9};$$

$$(5) \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2} + 1; \quad (6) \frac{3}{8}.$$

$$2. \frac{1}{3} + e^{-1} - e^{-\frac{3}{2}}.$$

$$3. 2x^4 + \int_1^{x^2} t dt.$$

4. (1) 发散; (2) 收敛.

$$5. \frac{4}{3}.$$

$$6. \frac{8}{3}\pi$$

第六章 总复习题

一、填空题

$$1. 0; \quad 2. 1 - \frac{\pi}{4}; \quad 3. 2\pi; \quad 4. 0; \quad 5. \tan x; \quad 6. 2x \tan x^2;$$

$$7. \text{发散}; \quad 8. 0; \quad 9. b - a - 1; \quad 10. \text{必要,充分}$$

二、选择题

$$1. B; \quad 2. C; \quad 3. C; \quad 4. C.$$

三、计算应用题

$$1. (1) \sqrt{2} - 1; \quad (2) \ln(1+e) - \ln 2; \quad (3) 2(\sqrt{2} - 1); \quad (4) \frac{5}{3};$$

$$(5) 1 - \ln(2e+1) + \ln 3;$$

$$(6) \frac{\pi}{3\sqrt{3}}; \quad 7. \frac{3}{7}(1-e^3)^7 - \frac{3}{4}(1-e^3)^4; \quad (8) \frac{1}{4} + \ln 2; \quad (9) 2\sqrt{2};$$

$$(10) \frac{1}{5}(e^\pi - 2);$$

$$2. \frac{7}{3} - \frac{1}{e}.$$

$$3. 2x \sin x^2 - \sin x.$$

4. (1) 发散; (2) 收敛.

5. $a=1$ 时, $S = \frac{4}{3}$ 为最小值.

$$6. (1) \frac{4}{3}; \quad (2) \frac{16}{15}\pi; \quad (3) \frac{\pi}{2}; \quad (4) \sqrt{5} + \frac{1}{2}\ln(2+\sqrt{5}).$$