习题参考答案

习题 1.1

A 组

1. (1) $(-\infty,1)\cup(2,+\infty)$; (2) $(-2,2)$; (3) $(-\infty,-1)\cup(-1,1)\cup(1,+\infty)$.

2. (1) $y=\dfrac{x+1}{x-1}$; (2) 无反函数.

3. (1) 有界;
   (2) 有界函数的图像夹在两条平行于 x 轴的平行直线之间;
   (3) 奇函数的图像关于原点对称,偶函数的图像关于 y 轴对称;
   (4) 周期函数的图像在横轴上以一个周期长度为单位重复出现;
   (5) 单调增函数的图像随自变量取值的增大而上升,单调减函数的图像随自变量取值的增大而下降.

4. (1) 对应函数的零点分别为: $-2,1,3$; (2) 函数图像在 y 轴上的截距大约是 6.

5. 定义域为 $(-\infty,+\infty)$,图像略.

B 组

1. (1) $(1,2)\cup(2,+\infty)$; (2) $(-1,1)$.

2. (1)奇; (2)偶; (3)奇.

3. (1)在 $(-1,+\infty)$ 单调减; (2)在 $(-1,1)$ 单调减.

4. 300 千克.

5. $y=\begin{cases}10x, & 0<x\leqslant 20,\\ 200+7(x-20), & 20<x\leqslant 200,\\ 1460+5(x-200), & 200<x.\end{cases}$

习题 1.2

A 组

1. $y=\sqrt{u},u=x^2+1$;
2. $y=u^2,u=1+v^2,v=\ln x$;
3. $y=\cos u,u=x^2+\cot x$;
4. $y=\mathrm{e}^u,u=\cos x$.

B 组

1. $y=2^u,u=\arcsin v,v=1+\sqrt{w},w=x+1$;
2. $y=u^2,u=\cos v,v=\dfrac{x+1}{x-3}$;
3. $y=\ln u,u=1+\sqrt{v},v=\tan w,w=x^2$;
4. $y=u^3,u=1+2^v,v=2x^2+1$.

习题 1.3

A 组

1. (1) $y=\sqrt[3]{10-x^3}$; (2) $y=\sqrt{1-x^2}$.
2. (1) 15 678.7 年; (2) 5 728.5 年.
3. 440 万元; $\dfrac{44}{3}$ 万元.
4. $V=\pi x^2(p-2x)$.

5. $y=\begin{cases}25, & x\leqslant 50,\\ 25+0.2(x-50), & x>50.\end{cases}$

6. $F=\dfrac{5\times 10^4}{3}\pi r^2 h$.

7. $S=\sqrt{16+x^2}+\sqrt{43.69-12.6x+x^2}$.

B 组

1. (1) $f(0)=\pi-1$; (2) $f(0)=0$.

2. (1) $h(t)=100-10t, 0\leqslant t\leqslant 10$;

(2) $\theta=\arctan\dfrac{7-t}{5}, 0\leqslant t\leqslant 10$, θ 为负值时表示看到电梯的视线在水平视线下方.

3. 设纵坐标表示他离旅馆的距离，坐标数值略. 函数解析式为：

$$y=\begin{cases}2t, & 0\leqslant t\leqslant 1,\\ 2, & 1<t\leqslant 2,\\ 2-2(t-2), & 2<t\leqslant 3,\\ 0, & 3<t\leqslant 4,\\ 2(t-4), & 4<t.\end{cases}$$

4. 设停车时间为 t，停车费用为 y，则

$$y=\begin{cases}2, & 0<t\leqslant 2,\\ 2.5, & 2<t\leqslant 3,\\ 3, & 3<t\leqslant 4,\\ 3.5, & 4<t\leqslant 5.\end{cases}$$

复习题

A 组

1. (1)D (2)D (3)C (4)C (5)A (6)C (7)D

2. (1) $(-\infty,-2)\cup(3,4)$; (2) $\dfrac{x^2}{x^2+1}(x\neq 0)$; (3) $\dfrac{10}{3}$; (4) 0.

3. (1)略; (2) $x=20$.

4. 54 000 个.

5. 总成本函数 $C(x)=15\,000+(140+0.04x)x$，总收益函数 $R(x)=(300-0.06x)x$，利润函数 $L(x)=R(x)-C(x)=(160-0.1x)x-15\,000$.

B 组

1. (1) $(-\infty,0)\cup(0,3]$; (2) $y=e^u, u=\sqrt{v}, v=\sin x$; (3)偶函数，偶函数，偶函数；

(4)$[-3,2]$，1，2，-3；(5)$\dfrac{1}{2}$，0.

2. 2，2，2，2，2.

3. 进货 300 件，每件售价为 6.6 元，可获最大利润；最大利润是 180 元.

4. 能判断是赝品. 因为 C_{14}(半衰期为 5 730 年)的衰减满足关系 $y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{t}{5\,730}}$，其中 y 是 t 年后的剩余百分数，含量为 99.5%时，可计算的衰减时间约为 41.4 年，向前推算 42 年，不可能在 1632—1675 年间，因此不会出自维米尔.

5. (1) $y=20x$; (2)80 000 元.

习题 2.1

A 组

1. (1) 1; (2) 无极限; (3)无极限; (4)1; (5)0; (6) 0; (7)1; (8)-1.

2. (1)3; (2)-3; (3) $\dfrac{3}{4}$.

3. 略.

4. (1) $\frac{9}{2}$；(2) $\frac{2}{3}$；(3) $\frac{1}{1+x}$.

5. $a=0$.

B 组

1. (1) $\frac{4}{9}$；(2) $\frac{68}{165}$.

2. 作图略，左极限为 -1，右极限为 1，极限不存在.

3. 当 $x\to 0$ 时 $f(x)$ 的左右极限均为 0，所以 $x\to 0$ 时函数的极限存在.

4. $a_1=8;q=\frac{1}{3};a_n=\frac{8}{3^{n-1}}$.

习题 2.2

A 组

1. (1) $x\to 2$ 及 $x\to\infty$；(2) $x\to 2$；(3) $x\to 0^+$；(4) $x\to 0$.

2. (1) $x\to\pm 2$；(2) $x\to 1^-$ 或 $x\to-\infty$；(3) $x\to 0^-$；(4) $x\to+\infty$.

3. (1) 二阶；(2) 二阶；(3) $\frac{1}{4}$ 阶.

4. (1) ∞；(2) ∞；(3) ∞；(4) ∞；(5) 0；(6) 0；(7) 0.

B 组

1. 同阶.

2. 同阶；等价.

3. 略.

习题 2.3

A 组

1. (1) 17；(2) $-\frac{1}{2}$；(3) ∞；(4) 4；(5) 1；(6) $\frac{2}{3}$；(7) 32；(8) 6；(9) $-\frac{1}{2}$；(10) -1.

2. $a=-7;b=6$.

3. (1) $\frac{1}{3}$；(2) 0；(3) ∞；(4) 1；(5) $-\frac{1}{2}$；(6) 0.

B 组

1. (1) $a=1,b=-1$；(2) $a=1;b=-\frac{1}{2}$.

2. (1) $\frac{2}{3}$；(2) 0；(3) ∞；(4) 1.

3. 略.

习题 2.4

A 组

1. (1) $\frac{3}{2}$；(2) $\frac{3}{2}$；(3) $\frac{1}{2}$；(4) 2；(5) $-\frac{3}{2}$；(6) $\frac{2}{\pi}$；(7) $\frac{1}{2}$；(8) 1；(9) -2；(10) 1.

2. (1) e^x；(2) e^{-2}；(3) e^{-1}；(4) e^{-3}；(5) e^3.

B 组

1. (1) 2；(2) 0；(3) 1.

2. $a=4,b=-5$.

3. 略.

习题 2.5

A 组

1. $\Delta y=\ln\left(1+\frac{\Delta x}{x}\right)$.

2. (1) $x=\pm 1$ 是第二类间断点；
(2)$x=1$ 是可去的第一类间断点，补充定义 $f(1)=-2$，$x=2$ 是第二类间断点；
(3)$x=1$ 是不可去的第一类间断点；
(4)$x=0$ 是可去的第一类间断点，补充定义 $f(0)=3$；
(5)$x=0$ 是可去的第一类间断点，补充 $f(0)=\frac{1}{2}$；
(6)$x=0$ 是不可去的第一类间断点.

3. (1) 连续；(2)连续；(3)不连续.

4. 略.

B 组

1. $f(0)=1$.

2. $k=2$.

3. (1)$\sqrt{5}$；(2)3；(3)$-\frac{e^{-2}+1}{2}$；(4)$-\frac{\sqrt{2}}{2}$；(5)$-\frac{\sqrt{2}}{2}$；(6)$\frac{1}{2}$；(7)0；(8)1.

复习题

A 组

1. (1)2；(2)1；(3)2；(4)0；(5)$x=k\pi(k\in \mathbf{Z})$.

2. (1)$\frac{4}{3}$；(2)-3；(3)$-\frac{1}{2}$；(4)0；(5)$\frac{1}{2\sqrt{x}}$；(6)$\frac{2\sqrt{2}}{3}$；(7)-2；(8)-6^5；(9)1；(10)0；(11)2；(12)$\frac{1}{2}$；
(13)$\frac{1}{4}$；(14)e^{-1}；(15)e^{-k}.

B 组

1. $a=0$.

2. $b=2$.

3. 作图略 (1)$(-\infty,+\infty)$；(2)$x=2$.

习题 3.1

A 组

1. (1)$y-y_0=f'(x_0)(x-x_0)$；(2)$y=0$；(3)e^3；(4)$\cos x,\frac{\sqrt{2}}{2}$；(5)$-\frac{1}{x^2},-1$.

2. CB

3. (1)0；(2)切线：$y=\frac{3}{\pi\ln 3}x+\log_3\frac{\pi}{3}-\frac{1}{\ln 3}$；法线：$y=-\frac{\pi\ln 3}{3}x+\log_3\frac{\pi}{3}-\frac{\pi^2}{9}\ln 3$.

4. (1) 0；(2)$(\Delta t+2)$ m/h；(3) 2 m/h.

B 组

1. (1)$f'(x_0)$；(2)$\frac{1}{4}$.

2. $y'=-\frac{1}{3}x^{-\frac{4}{3}}$.

3. (1)$\Delta m=m(x+\Delta x)-m(x)=\Delta x^2+2x\Delta x+\Delta x$；(2)$\rho=\Delta x+2x+1$；(3)$2x+1$.

习题 3.2

A 组

1. (1) $3\cos 3x,\frac{-\sin\sqrt{x}}{2\sqrt{x}},\frac{1}{x^2\sin^2\frac{1}{x}}$；(2) $2e^{2x},3(2^{3x}\ln 2)$；(3) $\frac{-3}{2-3x},\frac{2}{x\ln 10},1+\ln x$；
(4) $2\cos x-5x^4$；(5) $20x^3,20$.

2. (1) $7x^6+7^x\ln 7$；(2) $35x^6-\frac{1}{2\sqrt{x}}-\frac{3}{\sqrt{1-x^2}}$；(3) $\frac{3}{2x}$；(4) $4x-1+\frac{1}{x^2}$；(5) $(2x+x^2)e^x$；

(6) $\frac{-2}{(x-1)^2}$；(7) $3\sqrt{x}+\frac{1}{2\sqrt{x^3}}$；(8) $e^x\left(\arcsin x+\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}-2\right)$；(9) $-\frac{(\cos x+1)}{\sin^2 x}$.

3. (1) $15(3x-2)^4$；(2) $\frac{-x}{\sqrt{4-x^2}}$；(3) $\frac{-3x^2}{1-x^3}$；(4) $3\ln 2(2^{3x-5})$；(5) $-\sin x\cdot e^{\cos x}$；(6) $\frac{2x}{x^2+1}$；

(7) $\frac{-1}{x^2+1}$.

4. (1) $5(\sin^4 x\cdot\cos x-x^4\sin x^5)$；(2) $2x+\frac{4}{x}$；(3) $\sin\frac{1}{x}-\frac{1}{x}\cos\frac{1}{x}$；(4)$e^{-x}(3\cos 3x-\sin 3x)$；

(5)$\arctan 2x+\frac{2x}{1+4x^2}$.

5. (1，−2) 或(−1，−8).

B 组

1. (1) $25e^{5x}$，$5^n e^{5x}$；(2) $\frac{3\cos 3x+2\csc^2(2x)}{2\sqrt{-\cot 2x+\sin 3x}}$；(3) $-\frac{3^{1+x}}{x^4}+\frac{3^x\ln 3}{x^3}$.

2. (1) $\frac{1}{x\ln x(\ln\ln x)}$；(2) $6\cos 2x\sin^2 2x$；(3) $\frac{x}{9+x^2}$.

3. (1) $xe^{2x}\sec x\cdot(2+2x+x\tan x)$；(2) $3x^2-\frac{2}{1+4x^2}-3x\sec^2(3x)-\tan 3x$；(3) -2；(4)$\frac{1}{2}$；

(5) $\frac{f'(\ln x)}{x}$.

4. $y=3x-1$ 或 $y=3x+3$.

5. (1) $v=2-10t$；(2) 0.2.

6. $-3ke^{-kt}$.

7. $\omega CU_m\cos\omega t$.

8. 47.1，9.8.

习题 3.3

A 组

1. (1) $-\sin x$，$-\frac{1}{x^2}+C$；(2) $3x$，x^2；(3) $\ln|x|$，$3e^{3x}$；(4) $\frac{1}{2x+1}$，$\frac{2}{2x+1}$；(5) $-\sin 5x$，$-5\sin 5x$.

2. (1)B　(2)B　(3)C

3. (1) $(35x^6+16x^3)dx$；(2) $\frac{3}{2\sqrt{3x-4}}dx$；(3) $2^{\tan x}\sec^2 x\ln 2\,dx$；(4) $\frac{2x}{\sqrt{1-x^4}}dx$；

(5) $-e^{-x}(\sin x-\cos x)dx$；(6) $\frac{-1}{(x-1)^2}dx$.

4. (1) $-1-\frac{y}{x}$；(2) $\frac{y}{3y^3+1}$；(3) $\frac{1}{\cos y-1}$；(4) $\frac{2-ye^{xy}}{xe^{xy}+1}$；(5) $\frac{1-e}{1+e}$.

5. (1) $2\sec t$；(2) $\frac{-3e^{-t}}{4t}$；(3) -5.

6. (1) $y=x+2-\frac{\pi}{2}$，$y=-x+\frac{\pi}{2}$；(2) $y=-2x-6$，$y=\frac{1}{2}x+\frac{23}{2}$；

(3) $y=-\frac{3}{4}x+3\sqrt{2}$，$y=\frac{4}{3}x-\frac{7}{6}\sqrt{2}$；(4) $y=-\frac{5}{3}x+\frac{17}{3}$，$y=\frac{3}{5}x+\frac{17}{5}$.

7. 0.02.

B 组

1. 连续，不可导.

2. $a=2$；$b=-1$.

3. (0，0).

4. $78\pi\ \text{cm}^3$.

5. $3a^2h$.

6. (1) $-3[\ln(1-x)]^2\dfrac{1}{1-x}\mathrm{d}x$; (2) $\pm\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}\mathrm{d}x$; (3) $(-4\sin 4x\cdot e^{-x}-\cos 4x\cdot e^{-x})\mathrm{d}x$.

7. $\left(-\sin x\ln x+\dfrac{\cos x}{x}\right)x^{\cos x}$.

8. $x=-\dfrac{1}{2}$, $x=-1$, 不在定义域内,故不存在切点和切线.

9. $\sqrt{v_0^2+2gh}$.

习题 3.4

A 组

1. (1) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. (2) $e-1$. (3)1. (4)驻点 , $f'(x)$不存在 ; $f''(x)=0$, $f''(x)$不存在.

(5) $(0,2)$. (6)单减,上凹. (7) $x=1$, $x=-1$; $y=0$.

2. (1)B (2)A (3)C (4)B

3. (1) $-\dfrac{1}{3}$;(2)1;(3) 2;(4)0;(5) $\dfrac{1}{6}$;(6) -1;(7)-2;(8)2;(9)∞;(10)0;(11)0;(12)0.

4. (1) 在 $(-\infty,0)$, $\left(\dfrac{1}{3},+\infty\right)$ 内单增 ,在 $\left(0,\dfrac{1}{3}\right)$ 内单减;(2)在 $(-\infty,1)$ 内单增;

(3)在 $(0,+\infty)$ 内单增 ,在 $(-\infty,0)$ 内单减;(4)在 $(0,+\infty)$ 内单增 ,在 $(-\infty,0)$ 内单减;

(5)在 $(-\infty,1)$, $(1,+\infty)$ 单增 .

5. (1)在 $x=1$ 处有极大值 4;(2)在 $x=-2$ 处有极大值-4,在 $x=2$ 处有极小值 4;

(3)在 $x=0$ 处有极大值-5,在 $x=2$ 处有极小值-9;(4)在 $x=0$ 处有极小值 0;

(5)在 $x=1$ 处有极大值 $\dfrac{1}{2}$,在 $x=-1$ 处有极小值 $-\dfrac{1}{2}$;(6)在 $x=1$ 处有极大值 2;

(7)在 $x=1$ 处有极小值$-\dfrac{1}{12}$;(8)在 $x=1$ 处有极大值 $\dfrac{1}{e}$.

6. (1)函数最大值为 $f(4)=\dfrac{3}{5}$,函数最小值为 $f(0)=-1$;

(2)函数最大值为 $f(8)=2$,函数最小值为 $f(1)=-\dfrac{1}{2}$.

7. (1)在 $\left(-\infty,\dfrac{1}{3}\right)$ 内上凹,在 $\left(\dfrac{1}{3},+\infty\right)$ 内下凹,拐点为 $\left(\dfrac{1}{3},\dfrac{2}{27}\right)$;

(2)在 $(-\infty,1)$ 内下凹,在 $(1,+\infty)$ 内上凹,拐点为 $(1,0)$;

(3)在 $(0,+\infty)$ 内下凹,无拐点;

(4)在 $(-\infty,+\infty)$ 内上凹,无拐点;

(5)在 $(-\infty,-2)$ 内下凹,在 $(-2,+\infty)$ 内上凹, 拐点为 $\left(-2,-\dfrac{2}{e^2}\right)$;

(6)在 $(-\infty,0)$, $(0,+\infty)$ 内下凹,无拐点.

8. (1)铅垂渐近线为 $x=-1$, $x=2$,水平渐近线为 $y=0$;

(2)铅垂渐近线为 $x=-1$,水平渐近线为 $y=2$;

(3)铅垂渐近线为 $x=1$.

9. (1)略;(2)略.

10. $\sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$.

11. 宽为 5 m,长为 10 m.

12. 宽为 2 m,长为 3 m,面积为 6 m^2.

13. 底边为 6 m,高为 3 m.

B 组

1. (1)3. (2)-2. (3) $y=f(2)$. (4) $y=-1$; $x=1$, $x=-1$. (5)$(1,-6)$.

2. (1)C　(2)D　(3)C

3. $a=1,b=0,c=-3$.

4. (1)2；(2) $-\frac{1}{8}$；(3) $\begin{cases}+\infty, & m>0,\\ 0, & m\leqslant 0;\end{cases}$ (4) $e^{-\frac{1}{6}}$；(5) $-\frac{1}{2}$.

5. 证明略.

6. 3 百件；16 万元.

7. $\frac{\sqrt{2}}{2}r$.

8. 5 h.

复习题

A 组

1. (1) $3\sec^2(3x-2)$，$\frac{1}{x-3}$，$\frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}$；(2) $5dx$，$d(\frac{1}{x})$，$d(\arctan x)$；(3) $\frac{1}{e}$；(4) $y-6=0$；(5)递减；

(6) $(-\infty,+\infty)$，$(0,+\infty)$；(7) $y=0$，$x=-1$；(8) $-2\sin(2x-1)$，$-4\cos(2x-1)$；

(9) $(-\infty,0)$，$(0,+\infty)$，$(0,1)$；(10) $-\frac{9}{2}$，6，大，小.

2. (1)B　(2)B　(3)D　(4)D　(5)C　(6)D

3. (1) $y'=8x^3-18x-3$，$y''=24x^2-18$；(2) $y'=\arcsin x+\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$，$dy=\left(\arcsin x+\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\right)dx$；

(3) $y'=\frac{1}{\sqrt{x^2+a^2}}$；(4) $dy=4\sin(2x+5)\cos(2x+5)dx$.

4. (1) $y'=\frac{-y}{e^y+x}$；(2) $y'=\frac{y-2x}{2y-x}$.

5. (1) $-1+\cos 1$；(2) 2；(3) $\frac{1}{2}$.

6. (1) $2x-y-1=0$；(2) $x-y+1=0$.

7. (1) 单减区间：$(-\infty,-1)$，$(-1,0)$，单增区间：$(0,+\infty)$，极小值：$f(0)=1$.

(2) 单减区间：$(-1,0)$，单增区间：$(0,+\infty)$，极小值：$f(0)=0$.

8. (1) 上凹区间：$(0,+\infty)$，下凹区间：$(-\infty,0)$，拐点：$(0,2)$.

(2) 上凹区间：$(-\infty,0)$，$(1,+\infty)$，下凹区间：$(0,1)$，拐点：$(1,0)$.

9. 略.

10. 250.

11. $\frac{100-c}{2}$ 元.

12. 略.

13. 1∶1.

B 组

1. (1) $-\sin(3x-2)$，$-3\sin(3x-2)$；(2) $3x^2f'(x^3)$；(3) $\frac{2x}{\sqrt{1-x^4}}$；(4) 3；(5) 2，$\sqrt{3}$；(6) 540；

(7) $y=1$；(8) 略.

2. $a=-\frac{1}{27}$，$b=0$，$c=1$，$d=4$.

3. $p=-2$，$q=1$.

4. $a=1$；$b=-6$；$c=9$；$d=2$(图像略).

5. 从 A 处在地平面 AB 上沿直线掘进至距 B 处约 37.74 m 处后，改为在地面以下沿直线掘进至 C 处；2 044.73 万元.

6. 40π cm^2.

7. 设在距 A 点 3.6 km 处.

习题 4.1

A 组

1. (1) $\frac{1}{2}(b^2-a^2)$;(2) $\frac{1}{2}(a^2-b^2)$.

2. (1) $\ln x$;(2) $-\cos x^2$;

3. (1) $\int_0^1 x\mathrm{d}x>\int_0^1 x^2\mathrm{d}x$;(2) $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x\mathrm{d}x>\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^2 x\mathrm{d}x$.

B 组

1. (1)D (2)A (3)D (4)B

2. -2.

3. $\frac{1}{2}$.

4. $\int_a^b(1+x^2)\mathrm{d}x$.

5. (1) $\int_a^b\rho(x)\mathrm{d}x$;(2) $\int_a^b k\cdot\frac{m\cdot\rho(x)}{x^2}\mathrm{d}x$($k$ 为引力常数).

习题 4.2

A 组

1. (1) $3\mathrm{e}^{3x}$;(2)$\ln x+1$;(3)$\arcsin x$;(4)$\cos\sqrt{x}+C$.

2. (1) $\frac{1}{4}x^4-x^3+C$;(2) $-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^3}+C$;(3) $\frac{1}{\mathrm{e}+1}x^{\mathrm{e}+1}-\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{\mathrm{e}}x+C$;(4) $\frac{\pi}{2}$.

B 组

1. (1)D (2)B (3)C (4)C

2. (1) $3\sqrt[3]{x}+C$;(2) $9x-3x^2+\frac{1}{3}x^3+C$;(3) $\ln|x|+\mathrm{e}^x-\frac{1}{2}x^2+C$;(4) $x+\frac{1}{3}x^3+C$;

   (5) $\frac{3^x2^x}{\ln 2+\ln 3}+C$;(6) $-2\cos x+C$;(7) $(x-1)\mathrm{e}^x$;(8) $\tan x-x+C$;(9) e^x-x+C;

   (10) $\sin x-\cos x+C$.

3. (1) -1;(2) 2.

习题 4.3

A 组

1. (1) $\frac{1}{3}\ln 7$;(2) $\frac{\pi}{8}$;(3) $\frac{7}{3}$;(4) $\frac{1}{3}(\mathrm{e}-1)$;(5) $-\sqrt{\mathrm{e}}+\mathrm{e}$;(6) $\frac{1}{3}$.

2. (1) 1;(2) $\frac{\sqrt{3}\pi}{3}-\ln 2$;(3) e^2+1;(4) $\frac{\pi}{12}+\frac{\sqrt{3}}{2}-1$.

3. (1) $2\left(1+2\ln\frac{2}{3}\right)$;(2) $2\left(1-\frac{\pi}{4}\right)$;(3) $\frac{\pi}{6}$;(4) $\frac{\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}$;(5) $1+\ln 2-\ln(1+\mathrm{e})$;(6) $\frac{\pi}{16}$.

B 组

1. (1) $\arctan\mathrm{e}-\frac{\pi}{4}$;(2) $\frac{1}{2}$;(3) $\mathrm{e}-1$;(4) 2;(5) $\frac{5}{24}$;(6) $\frac{1}{2}\cos\frac{\pi}{5}-\frac{3}{10}$.

2. (1) $-2\mathrm{e}^{-1}$;(2) $\frac{2\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}$;(3) $\frac{2}{9}\mathrm{e}^3+\frac{1}{9}$;(4) $\pi-2$.

3. (1) $1-\ln 2$;(2)$2\ln 2$;(3) $\frac{\pi}{6}$;(4)$4-2\arctan 2$;(5)$3\ln\frac{5}{2}$;(6)$4\left(1-\frac{\sqrt{\mathrm{e}}}{2}\right)$.

4. (1) 0;(2) $\frac{\pi}{2}$.

习题 4.4

A 组

1. (1) 1；(2) $\frac{3\pi}{4}$.

2. (1) $\frac{1}{6}$；(2) $e-\frac{3}{2}$.

B 组

1. (1) $\frac{1}{3}$；(2) $\frac{1}{2}$；(3) $\frac{1}{2}$；(4) 1.

2. (1) $\frac{1}{3}$；(2) $e+\frac{1}{e}-2$；(3) $\frac{1}{3}$；(4) $\frac{9}{2}$.

3. $\frac{8\pi}{3}$.

4. $k \cdot M \cdot m\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{a+s}\right)$.

复习题

A 组

1. (1)D (2)C (3)C (4)B (5)C (6)B (7)C (8)D (9)B (10)B

2. (1) $\frac{1}{a}F(ax+b)+C$；(2) e^x+xe^x；(3) 0；(4) $F(\ln x)+C$；(5) $x\sin x-\cos x+C$；
(6) 1；(7) $\frac{9}{14}$；(8) $-\frac{1}{6}$；(9)2；(10) $\frac{1}{3}$.

3. (1) $\frac{1}{18}(3x-2)^6+C$；(2) $-\sqrt{1-x^2}+C$；(3) $2\sin\sqrt{x}+C$；(4) $\frac{1}{4}\left(1-\frac{3}{e^2}\right)$；
(5)4−2ln 2；(6)$\frac{1}{9}(2e^3+1)$；(7)-4π；(8)$\frac{1}{2}$.(9) $\frac{125}{6}$.(10) 1.(11) $\frac{31}{5}\pi$.(12) 30 J.

B 组

1. (1)C (2)B (3)D (4)C (5)A (6)B (7)C (8)A (9)C (10)B

2. (1) $\frac{1}{2}F(x^2)+C$；(2) $\frac{1}{1+\sin^3 x}+C$ 或写成 $\frac{1}{1+(\sin x)^3}+C$；
(3) $\sqrt{e^2-1}$；(4)$-\frac{11}{3}$；(5) 1；(6)$(1,+\infty)$；(7) 0；(8) 7；(9) $\frac{1}{\pi}$；(10) $\frac{1}{2}$.

3. (1) $\frac{1}{9}(2x+3)^{\frac{9}{4}}-\frac{3}{5}(2x+3)^{\frac{5}{4}}+C$；(2) $x^2e^x-2xe^x+2e^x+C$；
(3) $2\sqrt{x}\sin\sqrt{x}+2\cos\sqrt{x}+C$； (4)$(x-1)\ln(1-\sqrt{x})-(\frac{1}{2}x+\sqrt{x})+C$.

4. (1) $\frac{16}{3}-\frac{4\sqrt{2}}{3}$； (2)2−2ln2；(3)1；(4)$\frac{1}{2}$.

5. $\frac{5}{12}$.

6. $2(\sqrt{2}-1)$.

7. 9.

8. $\frac{13\pi}{6}$.

9. $\frac{\pi^2}{2}$.

10. 1.27×10^6(N).

习题 5.1

A 组

1. (1)二；(2)五；(3)七；(4)六.

2. 二、四、五、八.

3. 证明：由于$|AB|=\sqrt{1+0+16}=\sqrt{17}$，$|AC|=\sqrt{17}$，$|BC|=\sqrt{2}$，
所以$A(3,2,-7)$，$B(2,2,-3)$，$C(3,3,-3)$是一个等腰三角的三个顶点.
4. (1)平行于xOz平面　(2)过原点.(3)平行于z轴　(4)过原点且平行于x轴.
5. 配方有$(x-1)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=25$，是球面方程，球心坐标$(1,-3,2)$，半径5.
6. (1)椭圆柱面；(2)双曲线柱面；(3)抛物柱面；(4)椭圆柱面.
7. 椭球面.

B 组

1. (1)C　(2)D　(3)A
2. (1) $(-x,y,z)$，$(x,-y,z)$；(2) $(x-1)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=14$；(3)$c(y-b)-b(z-c)=0$.
3. (1)$(x+3)-3(y-1)=0$；(2)$7(y-1)+(z+2)=0$；(3)$z+5=0$；(4)$3(x-1)+2(z-2)=0$.
4. 解：$(x-2)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=25$是球面方程，球心坐标$(2,1,-1)$，半径是5.
5. 解：$(x-1)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=25$是球面方程，球心坐标$(1,-3,2)$，半径是5.
6. $x^2-\frac{y^2}{4}=1$.

习题 5.2

A 组

1. (1)$f(0,1)=2$，$f(1,3)=5$，$f\left(a,\frac{1}{a}\right)=\frac{a^2-2}{2a^2-1}$；(2)$f(x+y,x-y)=\frac{2x}{x^2-y^2}$.
2. (1) $\{(x,y)\mid x-y\neq 0\}$；(2) $\{(x,y)\mid x>0,\ y>0\}$；(3) $\left\{(x,y)\mid\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}\leqslant 1\right\}$；
(4) $\{(x,y)\mid 1\leqslant x^2+y^2\leqslant 4\}$.
3. $f(tx,ty)=(tx)^{ty}-t^2xy\tan\frac{x}{y}$.
4. (1) $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}(x+y)\sin\frac{1}{x^2+y^2}=0$；(2)$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\frac{2-\sqrt{xy+4}}{xy}=-\frac{1}{4}$；(3)$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 2}}\left\{\frac{\sin xy}{x}+(x+y)^2\right\}=6$；
(4)$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\frac{\ln(x+e^y)}{\sqrt{x^2+y^2}}=\ln 2$.

B 组

1. $\{(x,y)\mid x>0,y>0\}$.
2. $f\left(1,\frac{x}{y}\right)=\frac{2xy}{x^2+y^2}$.
3. $f(x,x^2)=x^{x^2}$，$f\left(\frac{1}{y},x-y\right)=y^{y-x}$.
4. $S=x(2-2x+x\cos\theta)\sin\theta$.
5. 函数在$(0,0)$以外的点都连续，$(0,0)$是间断点.

习题 5.3

A 组

1. (1)$z'_x=3x^2-2xy$；$z'_y=-x^2-8y$；(2)$z'_x=ye^{xy}$；$z'_y=xe^{xy}$；(3)$z'_x=-y\sin x$；$z'_y=\cos x$；
(4)$z'_x=y+\frac{1}{y}$；$z'_y=x-\frac{x}{y^2}$；
(5)$z'_x=\frac{1}{y}\cos\frac{x}{y}\cos\frac{y}{x}-\frac{y}{x^2}\sin\frac{x}{y}\sin\frac{y}{x}$，$z'_y=-\frac{x}{y^2}\cos\frac{x}{y}\cos\frac{y}{x}-\frac{1}{x}\sin\frac{x}{y}\sin\frac{y}{x}$；
(6)$z'_x=\frac{ye^{xy}(x^2+y^2)-2xe^{xy}}{(x^2+y^2)^2}$，$z'_y=\frac{xe^{xy}(x^2+y^2)-2ye^{xy}}{(x^2+y^2)^2}$；
(7)$u'_x=2x\cos(x^2+y^2+z^2)$，$u'_y=2y\cos(x^2+y^2+z^2)$，$u'_z=2z\cos(x^2+y^2+z^2)$；
(8)$u'_x=-\frac{y}{x^2}-\frac{1}{z}$，$u'_y=-\frac{z}{y^2}+\frac{1}{x}$，$u'_z=\frac{x}{z^2}+\frac{1}{y}$.
2. $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{\left(1,\frac{\pi}{8}\right)}=\sqrt{2}$，$\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right|_{\left(1,\frac{\pi}{8}\right)}=\sqrt{2}$.
3. $f'_x(4,3)=-\frac{1}{5}$，$f'_y(4,3)=-\frac{2}{5}$.

4. $f''_{xx}(1,0,0)=0, f''_{xy}(1,0,1)=2, f''_{xz}(0,0,1)=0$.

5. (1) $dz=y^x\ln y dx+xy^{x-1}dy$; (2) $dz=e^{\sqrt{y}}dx+\frac{xe^{\sqrt{y}}}{2\sqrt{y}}dy$; (3) $dz=\frac{3}{3x-2y}dx+\frac{-2}{3x-2y}dy$;

(4) $dz=\frac{y}{2\sqrt{xy}}dx+\frac{x}{2\sqrt{xy}}dy$.

6. $dz=-4dx+12dy$.

7. (0,0)是函数的极小值点，极小值为 $z(0,0)=0$.

B 组

1. (1) $z'_x=\frac{\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}}{x+\sqrt{x^2+y^2}}$, $z'_y=\frac{\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}}{x+\sqrt{x^2+y^2}}$;

(2) $z'_x=y^2(1+xy)^{y-1}$, $z'_y=xy(1+xy)^{y-1}+(1+xy)^y\ln(1+xy)$.

2. (1) $z'_x=-\frac{2x}{1-2z}$, $z'_y=\frac{2y}{1-2z}$; (2) $z'_x=-\frac{3x^2}{\cos z-y^2}$, $z'_y=\frac{2yz}{\cos z-y^2}$.

3. (1) $z''_{xx}=12x^2-8y^2$, $z''_{xy}=z''_{yx}=-16xy$, $z''_{yy}=12y^2-8x^2$;

(2) $z''_{xx}=e^x(\cos y+x\sin y+2\sin y)$, $z''_{xy}=z''_{yx}=e^x(-\sin y+x\cos y+\cos y)$, $z''_{yy}=-x\sin y-e^x\cos y$;

(3) $z''_{xx}=\frac{e^x(e^x+e^y)-e^{2x}}{(e^x+e^y)^2}$, $z''_{xy}=-\frac{e^y}{(e^x+e^y)^2}$, $z''_{yx}=-\frac{e^x}{(e^x+e^y)^2}$, $z''_{yy}=\frac{e^y(e^x+e^y)-e^{2y}}{(e^x+e^y)^2}$;

(4) $z''_{xx}=(4x^2+2)e^{x^2+y^2}$, $z''_{xy}=z''_{yx}=4xye^{x^2+y^2}$, $z''_{yy}=(4y^2+2)e^{x^2+y^2}$.

4. (1) $dz=[\sin(x^2+y^2)+2x^x\cos(x^2+y^2)]dx+2xy\cos(x^2+y^2)dy$;

(2) $dz=(3x^2+y^2)e^{x(x^2+y^2)}dx+2xye^{x(x^2+y^2)}dy$;

(3) $dz=(3x^2+y^2)e^{x(x^2+y^2)}dx+2xye^{x(x^2+y^2)}dy$;

(4) $du=(y+z)dx+(x+z)dy+(y+x)dz$.

5. 0. 1.

6. (1) 极小值 $f(2,1)=-3$; (2) 极大值 $f(-3,-2)=25$，驻点 $(-3,2)$ 不是极值点.

7. 当长方体的长、宽、高都为 $\frac{2}{\sqrt{3}}a$ 时，其体积最大.

8. (1,2).

习题 5.4

A 组

1. (1) $V=\iint\limits_D\frac{y^2}{a}d\sigma$; (2) $V=\iint\limits_D(1+x+y)d\sigma$; (3) $V=\iint\limits_D(x^2+y^2)d\sigma$; (4) $V=\iint\limits_D x d\sigma$.

2. $Q=\iint\limits_D\rho(x,y)d\sigma$.

3. $P=\iint\limits_D p(x,y)d\sigma$.

B 组

1. (1) $\int_0^2 dy\int_{\frac{y}{2}}^{y}f(x,y)dx+\int_2^4 dy\int_{\frac{y}{2}}^{2}f(x,y)dx$;

(2) $\int_{-1}^0 dy\int_{-\sqrt{1-y^2}}^{\sqrt{1-y^2}}f(x,y)dx+\int_0^1 dy\int_{-\sqrt{1-y}}^{\sqrt{1-y}}f(x,y)dx$;

(3) $\int_a^{2a}dy\int_{\frac{y^2}{2a}}^{2a}f(x,y)dx+\int_0^a dy\int_{a+\sqrt{a^2-y^2}}^{2a}f(x,y)dx+\int_0^a dy\int_{\frac{y^2}{2a}}^{a-\sqrt{a^2-y^2}}f(x,y)dx$;

(4) $\int_0^1 dy\int_{\sqrt{y}}^{3-2y}f(x,y)dx$.

2. (1) $\frac{8}{3}$; (2) $\frac{1}{e}$; (3) $(e-1)^2$; (4) $\frac{6}{55}$; (5) 90; (6) $\frac{1\,066}{315}$.

复习题

A 组

1. (1)A (2)A (3)A (4)C (5)D (6)C (7)D (8)C (9)D (10)D

2. (1) $2<x^2+y^2\leqslant 4$；(2) $x3^{xy}\ln 3$；(3) $-\frac{2}{25}$；(4) 1；(5) (0,0)；(6) 3；(7) $-e^{\sin x}\cdot\sin y$；
(8) $\int_0^1 dx\int_x^1 f(x,y)dy$ 或 $\int_0^1 dy\int_0^y f(x,y)dx$；(9) $\int_0^1 dx\int_0^{1-x} f(x,y)dy$；(10) 2π.

3. (1) $z'_x=ye^{xy}+8xy$，$z'_y=xe^{xy}+4x^2+2y$；(2) $z'_x=2x\ln y$，$z'_y=\frac{x^2}{y}$；
(3) $z'_x=-\frac{4y+2}{x^3}$，$z'_y=\frac{2}{x^2}$；(4) $z'_x=3\cos 3x\ln y$，$z'_y=\frac{\sin 3x}{y}$；
(5) $z'_x=2yx^{2y-1}$，$z'_y=2x^{2y}\ln x$；(6) $z'_x=\frac{x}{\sqrt{x^2+y}}$，$z'_y=\frac{1}{2\sqrt{x^2+y}}$.

4. (1) $z''_{xx}=-12x^2y$，$z''_{xy}=z''_{yx}=3y^2-4x^3$，$z''_{yy}=6xy$；
(2) $z''_{xx}=-\frac{y^3}{x^2}$，$z''_{xy}=z''_{yx}=\frac{3y^2}{x}$，$z''_{yy}=6y\ln x$；
(3) $z''_{xx}=y^2e^{xy}$，$z''_{xy}=z''_{yx}=(1+xy)e^{xy}$，$z''_{yy}=x^2e^{xy}$；
(4) $z''_{xx}=-ye^x\sin e^x-ye^{2x}\cos e^x$，$z''_{xy}=z''_{yx}=-e^x\sin e^x$，$z''_{yy}=0$.

5. (1) $dz=-\frac{y^2}{x^2}dx+\frac{2y}{x}dy$；(2) $dz=e^{\sqrt{y}}dx+\frac{xe^{\sqrt{y}}}{2\sqrt{y}}dy$；(3) $dz=\frac{y}{(x+y)^2}dx-\frac{x}{(x+y)^2}dy$；
(4) $dz=[\sin(x+y)+x\cos(x+y)]dx+x\cos(x+y)dy$.

6. 0.075.

7. $(e-1)^2$.

8. $10\ln 2-6\ln 3$.

9. $\frac{9}{4}$.

10. 12.

B 组

1. DBCDB BCBBA

2. (1) $\{(x,y)\mid x\geqslant 0,0\leqslant y\leqslant x^2\}$；(2) $2xye^{x^2y}$；(3) -1；(4) 2；(5) (0,0)和$(-4,2)$；(6) -2；
(7) $\frac{4y-z}{-6z+y}$；(8) $\frac{1}{2}$；(9) 17；(10) $\int_0^1 dx\int_{1-x}^{2-x} f(x,y)dy$.

3. (1) $z'_x=\frac{x}{x^2+4y^2}$，$z'_y=\frac{4y}{x^2+4y^2}$；(2) $z'_x=(2x+x^2)e^{x+y}$，$z'_y=x^2e^{x+y}$；
(3) $z'_x=\frac{y}{x^2}\sin\frac{y}{x}$，$z'_y=-\frac{1}{x}\sin\frac{y}{x}$；(4) $z'_x=\frac{y}{\sqrt{1-x^2y^2}}$，$z'_y=\frac{x}{\sqrt{1-x^2y^2}}$；
(5) $u'_x=-2x\sin(x^2+y^2+z^2)$，$u'_y=-2y\sin(x^2+y^2+z^2)$，$u'_z=-2z\sin(x^2+y^2+z^2)$；
(6) $u'_x=\frac{2}{2x+3y+z}$，$u'_y=\frac{3}{2x+3y+z}$，$u'_z=\frac{1}{2x+3y+z}$.

4. (1) $z''_{xx}=-\frac{y}{(x+y)^2}$，$z''_{xy}=z''_{yx}=\frac{x}{(x+y)^2}$，$z''_{yy}=\frac{2x+y}{(x+y)^2}$；
(2) $z''_{xx}=0$，$z''_{xy}=z''_{yx}=\frac{1}{\sqrt{1-y^2}}$，$z''_{yy}=\frac{xy}{(1-y^2)\sqrt{1-y^2}}$；
(3) $z''_{xx}=(2+4x^2)e^{x^2-y^2}$，$z''_{xy}=z''_{yx}=-4xye^{x^2-y^2}$，$z''_{yy}=(4y^2-2)e^{x^2-y^2}$；
(4) $z''_{xx}=-2e^x\sin(2e^x-y)-4e^{2x}\cos(2e^x-y)$，$z''_{xy}=z''_{yx}=2e^{2x}\cos(2e^x-y)$，
$z''_{yy}=-\cos(2e^x-y)$.

5. (1) $z'_x=-\frac{z}{x}$，$z'_y=-\frac{z}{y}$；
(2) $z'_x=\frac{1+\sin(x+y-z)}{\sin(x+y-z)-1}$，$z'_y=\frac{\sin(x+y-z)}{\sin(x+y-z)-1}$；

(3) $z'_x=\dfrac{yz-x^2}{z^2-xy}$，$z'_y=\dfrac{xz-y^2}{z^2-xy}$；(4) $z'_x=\dfrac{yz-\sqrt{xyz}}{\sqrt{xyz}-xy}$，$z'_y=\dfrac{xz-2\sqrt{xyz}}{\sqrt{xyz}-xy}$.

6. $\dfrac{4}{15}$.

7. (1) 极小值 $f(0,1)=-1$；(2) 无极值点，无极值.

8. $x=\dfrac{1}{2}$，$y=\dfrac{1}{2}$ 时函数有极大值为 $\dfrac{1}{4}$.

9. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

10. (1) $\pi-2$；(2) $\dfrac{80}{3}$；(3) $\dfrac{33}{140}$；(4) $\dfrac{4}{3}$.

习题 6.1

A 组

1. (1)一阶；(2)二阶；(3)二阶；(4)一阶；(5)三阶；(6)一阶.

2. 略.

3. (1) $y=C(x-1)+1$；(2) $y^4=x^4+C$；(3) $y=Ce^{\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}\sin 2x}$；(4) $y=Ce^{ax}$；
(5) $y=Cxe^{-y}+1$；(6) $\sin y\cos x=C$.

4. (1) $\sqrt{y}=\ln x-\ln 4$；(2) $y=2x$.

5. (1) $\tan^2 x-\cot^2 y=C$；(2) $\tan y=C(1+e^x)^{-3}$；(3) $y=C\sec x$；(4) $y=-\dfrac{1}{\sin x+C}$.

6. (1) $y=Ce^{\frac{3}{2}x^2}-\dfrac{2}{3}$；(2) $y=e^{x^2}+Ce^{\frac{1}{2}x^2}$；(3) $y=-\dfrac{1}{3}x^2\cos 3x+Cx^2$；(4) $y=-\dfrac{1}{2x^2}e^{-x^2}+\dfrac{C}{x^2}$.

7. (1) $y=\dfrac{1}{2}(\cos x+\sin x)-\dfrac{1}{2}e^{-x}$；(2) $y=x^2(1-e^{\frac{1}{x}-1})$.

B 组

1. (1) $\ln(x+\sqrt{1+x^2})=\arcsin y+C$；(2) $\arctan y=-\dfrac{1}{2}\ln(1-x^2)+C$；(3) $y^2=\dfrac{Cx^2}{1+x^2}-1$；
(4) $\ln x+x=y-\ln y+C$（或 $y-\ln y=\ln x+x+C$）.

2. (1) $y=\dfrac{1}{\ln(1+x)+1}$；(2) $y=\csc x-\cot x$；(3) $y^2=\ln(1+e^x)^2+1-\ln 4$.

3. (1) $y=\dfrac{1}{2}x\ln x-\dfrac{x}{4}+\dfrac{C}{x}$；(2) $y=x+\dfrac{C}{x^2}$；(3) $x=\dfrac{1}{2}y^2+Cy^3$；(4) $y=(x+1)^3e^x+C(x+1)^3$；
(5) $x=-y^2\ln y+Cy^2$.

4. (1) $y=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{x}-\dfrac{3}{2x^2}$；(2) $y=\dfrac{1}{x}e^x-\dfrac{e}{x}$.　　5. $v=20-0.4t$，$0\leqslant t\leqslant 50$.

6. $y=\dfrac{6}{x}$.

习题 6.2

A 组

1. (1)(4)(5)(6) 组函数线性无关；(2)(3) 组函数线性相关.

2. (1) $y=C_1e^{3x}+C_2e^{-3x}$；(2) $y=C_1e^x+C_2e^{-2x}$；(3) $y=C_1+C_2e^{2x}$；(4) $y=C_1\cos 2x+C_2\sin 2x$；
(5) $y=e^{-3x}(C_1\cos x+C_2\sin x)$；(6) $y=e^x(C_1\cos 3x+C_2\sin 3x)$.

3. (1) $y=9e^x-3e^{3x}$；(2) $y=e^{-\frac{1}{2}x}(2+x)$；(3) $x=e^{-t}(\sin 2t+2\cos 2t)$.

4. $x=10\cos 10t+5\sin 10t=5\sqrt{5}\sin(10t+\theta)$，其中 $\theta=\arctan 2$，振幅为 $5\sqrt{5}$，周期为 $\dfrac{\pi}{5}$.

5. (1) $(Ax+B)e^x$；(2) $(Ax+B)e^{-x}$；(3) Axe^{-2x}；(4) $x^2(Ax^2+Bx+C)e^{-2x}$；(5) $(Ax^2+Bx+C)e^{-x}$；
(6) $xe^{-x}(A\cos x+B\sin x)$.

6. $y=C_1e^{2x}+C_2-\dfrac{3}{4}x^2-\dfrac{5}{4}x$.

7. $y=\left(\frac{5}{6}x^3+C_2x+C_1\right)e^{-3x}$.

B 组

1. (1)(3)(4)(5) 组函数线性无关；(2) 组函数线性相关.

2. (1)$y=C_1e^{-x}+C_2e^{-2x}$；(2)$s=(C_1+C_2t)e^{-t}$；(3)$y=e^{2x}(C_1\cos x+C_2\sin x)$；
(4)$y=C_1e^{(1+a)x}+C_2e^{(1-a)x}$.

3. (1)$y=-\frac{1}{3}\sin x-\cos x+\frac{1}{3}\sin 2x$；(2)$y=-\frac{7}{6}e^{-2x}+\frac{5}{3}e^{x}-x-\frac{1}{2}$；(3)$x=2\cos t+t\sin t$；
(4)$y=2e^{2x}-e^{-\frac{x}{2}}\left(\cos\frac{x}{2}+9\sin\frac{x}{2}\right)$.

4. $x=-\frac{2}{75}\cos 10t-\frac{1}{100}\sin 10t+\frac{2}{75}\cos 5t$.

5. $i(t)=\frac{4}{3}(\cos 5t-\cos 10t)$.

复习题

A 组

1. (1)B (2)C (3)C (4)A

2. (1)$\arctan y+\frac{1}{2}\ln(1+x^2)=C$；(2)$y=Ce^{\sqrt{1-x^2}}$；(3)$(1+x^2)(1+2y)=C$；(4)$\ln^2 y+\ln^2 x=C$.

3. (1)$x^2+y^2=25$；(2)$\cos x=\sqrt{2}\cos y$；(3)$3x^2+2x^3-3y^2-2y^3=-5$.

4. (1)$y=C_1e^{-x}+C_2e^{-3x}$；(2)$y=C_1+C_2e^{-2x}$；(3)$y=C_1e^{-3x}+C_2e^{x}$.

B 组

1. (1)$y=xe^{-x}+Ce^{-x}$；(2)$y=\frac{1}{2}(\sin x-\cos x)+Ce^{x}$；(3)$s=Ce^{t}$；
(4)$y=\sqrt{1+x^2}\ln(x+\sqrt{1+x^2})+(1+x^2)+C\sqrt{1+x^2}$.

2. (1)$y=(1+x^2)\arctan x+(1+x^2)$；(2)$y=-\frac{1}{3}x^3+e^{x^3}$.

3. (1)$y=C_1+C_2e^{-x}+x$；(2)$y=(C_1+C_2x)e^{-2x}+\frac{1}{8}e^{2x}$；
(3)$y=C_1\cos 3x+C_2\sin 3x+\frac{2}{5}\cos 2x+\frac{3}{5}\sin 2x$.

4. (1)$y=-\frac{6}{7}e^{-t}+\frac{6}{7}e^{6t}$；(2)$y=(-\frac{41}{288}+\frac{19}{46}x)e^{4x}+\frac{1}{9}e^{x}+\frac{1}{16}(x+2)$.

习题 7.1

A 组

1. (1) 收敛，$\frac{1}{3}$；(2)发散.

2. (1)发散；(2)收敛；(3)发散；(4)$a\leqslant 1$ 时，发散，当 $a>1$ 时，收敛.

3. (1)收敛；(2)发散；(3)收敛；(4)发散.

4. (1)条件收敛；(2)绝对收敛；(3)发散；(4)绝对收敛.

B 组

1. (1)当 $n\geqslant 2$ 时，$u_n=S_n-S_{n-1}=-\frac{2}{n(n+1)(n-1)}$；(2) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n=\lim\limits_{n\to\infty}S_n=0$.

2. 收敛.

3. 当 $|a|<1$ 时，绝对收敛，当 $|a|>1$ 时，原级数发散，当 $|a|=1$，绝对收敛.

4. 略.

习题 7.2

A 组

1. (1) 1，(−1,1)；(2) $\frac{1}{2}$，收敛域是 $\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]$；(3) 1，收敛域为 [−1,1]；

   (4) 收敛半径为 1，收敛域为 (4,6].

2. (1)收敛区间为 (−1,1)，$s(x)=\left(\frac{x}{1-x}\right)'=\frac{1}{(1-x^2)}$；

   (2)收敛域为 (−1,1)，$s(x)=\frac{1}{2}\ln\frac{1+x}{1-x}$，$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)2^{2n-1}}=\frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}}\right)=\frac{1}{2}\ln 3$.

3. (1) $a^x=\mathrm{e}^{x\ln a}=\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{(x\ln a)^n}{n!}=\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{(\ln a)^n}{n!}x^n$，$x\in(-\infty,+\infty)$；

   (2)$\sin\frac{x}{2}=\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{2n+1}}{(2n+1)!}=\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{2^{2n+1}(2n+1)!}x^{2n+1}$，$x\in(-\infty,+\infty)$；

   (3)$x\ln(1+x)=x\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{x^{n+1}}{n+1}=\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{x^{n+2}}{n+1}$，$x\in(-1,1)$.

4. $\frac{1}{x}=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{1+\frac{x-3}{3}}=\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{3^{n+1}}(x-3)^n$，$\left|\frac{x-3}{3}\right|<1$.

5. $f(x)=\ln x=\ln 2+\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{(x-2)^{n+1}}{2^{n+1}(n+1)}$，$-1<\frac{x-2}{2}\leqslant 1$；证明略.

B 组

1. 收敛域为 [−2,2)，当 $x\neq 0$ 时，$s(x)=-\frac{1}{x}\ln\left(1-\frac{x}{2}\right)$；当 $x=0$ 时，$s(x)=\frac{1}{2}$.

2. (1) $f(x)=\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{4n+1}x^{4n+1}$，$-1<x<1$；

   (2)$f(x)=\sum\limits_{n=0}^{\infty}\int_0^x\frac{(-1)^n}{2n+1}x^{2n+1}\mathrm{d}x=\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(2n+1)(2n+2)}x^{2n+2}$，$-1\leqslant x\leqslant 1$.

3. $f(x)=\frac{x+4}{2x^2-5x-3}=\frac{1}{7}[(x-1)+5]\cdot\left(\frac{1}{x-3}-\frac{2}{2x+1}\right)=\frac{1}{7}[(x-1)+5]\cdot$

   $\left[\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{-1}{2^{n+1}}(x-1)^n-2\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}(x-1)^n\right]$，$|x-1|<\frac{3}{2}$.

4. $s(x)=\frac{1}{4}\ln\frac{1+x}{1-x}+\frac{1}{2}\arctan x-x$，$x\in(-1,1)$.

5. $f(x)=\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{3^{n+1}}(x+2)^{2n}$，$|x+2|<\sqrt{3}$.

习题 7.3

A 组

1. $f(x)=\frac{1}{2\pi}(\mathrm{e}^{\pi}-1)+\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\pi}\frac{\mathrm{e}^{\pi(-1)^n}-1}{1+n^2}\cos nx+\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\pi}\frac{n[(-1)^{n+1}\mathrm{e}^{\pi}+1]}{1+n^2}\sin nx$，$-\infty<x<+\infty$，

   $x\neq 2k\pi$，$k=0,\pm 1,\pm 2,\cdots$.

2. $f(x)=\frac{\pi}{4}(a-b)+\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\pi}\frac{[1-(-1)^n]}{n^2}(b-a)\cos nx+\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n}(b+a)\sin nx$，

   $-\infty<x<+\infty$，$x\neq k$，$k=0,\pm 1,\pm 2,\cdots$.

3. $f(x)=\frac{2}{n\pi}(\cos nh-1)\sin nx,\quad 0<x\leqslant\pi$；$f(x)=\frac{h}{\pi}+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2}{n\pi}\sin nh\cos nx,\quad 0<x\leqslant\pi$.

4. $f(x)=\frac{k}{4}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{k}{n\pi}[1-(-1)^n]\sin\frac{n\pi x}{2}$.

B 组

1. $f(x)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\sin nx,\quad 0<x\leqslant\pi$.

2. (1) $f(x)=\frac{A}{4}+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{A}{n\pi}[1-(-1)^n]\sin\frac{n\pi x}{2}$；(2) $f(x)=\frac{11}{12}+\frac{1}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n^2}\cos 2n\pi x$.

3. 略.

复习题

A 组

1. (1)C　(2)D　(3)C　(4)A　(5)C　(6)A

2. (1)0；(2) $\alpha>\frac{1}{2}$；(3)发散；(4) $+\infty$；(5) $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{x^{n+1}}{n+1}(x\in(-1,1])$；(6) $(-1)^{n+1}\frac{2}{n}$.

3. 收敛.

4. 条件收敛.

5. 收敛域为 $(-1,5)$.

6. $f(x)=\frac{1}{2}-\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{2(2n)!}x^{2n},\quad -\infty<x<+\infty$.

7. 当 $x\neq 0$ 时，$S(x)=\frac{e^x}{x}\left(1-\frac{1}{x}\right)+\frac{1}{x^2}$；当 $x=0$ 时，$S(x)=0$.

B 组

1. 收敛，由比较审敛法的极限形式可得.

2. 和函数 $S(x)=\frac{2x^2}{(1-x^2)^2}$.

3. $f(x)=\frac{1}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2}{n^2\pi^2}[(-1)^n-1]\cos\frac{n\pi x}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2}{n\pi}(-1)^{n+1}\sin\frac{n\pi x}{2},\quad 1\leqslant x\leqslant 2$.

4. $f(x)=\frac{x+4}{2x^2-5x-3}=\frac{1}{7}[(x-1)+5]\cdot\left(\frac{1}{x-3}-\frac{2}{2x+1}\right)=\frac{1}{7}[(x-1)+5]\cdot$

$\left[\sum_{n=0}^{\infty}\frac{-1}{2^{n+1}}(x-1)^n-2\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}(x-1)^n\right]\quad|x-1|<\frac{3}{2}$.

5. $f(x)=\pi\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1-(-1)^k}{k}\sin kx=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2\pi}{2n-1}\cdot\sin(2n-1)x\quad(0\leqslant x\leqslant\pi)$.

$\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{1}{2n-1}=1+\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{1}{2n-1}=1+\frac{1}{2\pi}\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\cdot\frac{2\pi}{2n-1}=1+\frac{1}{2\pi}\times\frac{\pi}{4}=\frac{9}{8}$.

6. (1)总存款额＝11.5 百万元；(2)信贷乘数＝11.5.