**第2课 分析投影与正投影图**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **课 题** | 分析投影与正投影图 | |
| **课 时** | 8课时（360 min）。 | |
| **教学目标** | **知识技能目标：**  1．了解接受投影的面，称为投影面。  2．过物体上各点的投影线与投影面的交点称为这些点的投影。  **思政育人目标：**  让学生通过学习分析投影与正投影图，了解投影的概念；掌握投影的分类依据与类别；掌握工程中常用的几种投影图。 | |
| **教学重难点** | **教学重点：**投影的分类与特征  **教学难点：**绘制三面投影 | |
| **教学方法** | 讲授法、问答法、讨论法 | |
| **教学用具** | 电脑、投影仪、多媒体课件、教材 | |
| **教学设计** | 第1节课：考勤（2min）--知识讲解（40min）--作业布置（3min）  第2节课：知识讲解（40min）--课堂小结（3min）--作业布置（2min）  第3节课：知识讲解（40min）--课堂小结（3min）--作业布置（2min）  第4节课：知识讲解（40min）--课堂小结（3min）--作业布置（2min）  第5节课：知识讲解（40min）--课堂小结（3min）--作业布置（2min）  第6节课：知识讲解（40min）--课堂小结（3min）--作业布置（2min）  第7节课：知识讲解（40min）--课堂小结（3min）--作业布置（2min）  第8节课：知识讲解（40min）--课堂小结（3min）--作业布置（2min） | |
| **教学过程** | **主 要 教 学 内 容 及 步 骤** | **设计意图** |
| **考勤**  **（2min）** | ■【教师】清点上课人数，记录好考勤  ■【学生】班干部报请假人员及原因 | 培养学生的组织纪律性,掌握学生的出勤情况。 |
| **知识讲解**  （40min） | **【教师】**展示投影的分类与特征（一）  **一、投影的构成**  自然界的物体投影与工程制图上反映的投影是有区别的， 前者一般是外部轮廓线较清晰而内部却一片混沌，后者不仅要  求外部轮廓线清晰，同时还能反映内部轮廓及形状，这样才能符合清晰表达工程物体形状大小的要求。因此，要形成工程制图所要求的投影，应有三个假设：一是光线能够穿透物体；二是光线在穿透物体的同时能够反映其内部、外部的轮廓（看不见的轮廓用虚线表示）；三是对形成投影的光线的射向做相应的选择，以得到不同的投影。  在制图上，把发出光线的光源称为投影中心，光线称为投影线，光线的射向称为投影方向，落影的平面称为投影面，构成影子的内外轮廓称为投影。用投影表达物体的形状和大小的方法称为投影法，用投影法画出的物体的图形称为投影图，习惯上也将投影物体称为形体。制图上投影图的形成，如图 2-1 所示。  1706501038602  **二、投影的分类**  根据投影中心距离投影面远近的不同，投影分为平行投影和中心投影两类。  **（一）平行投影**  如果投影中心 S 离投影面无限远，则投影线可视为相互平行的直线，由此产生的投影称为平行投影。其特点是投影线互相平行，所得投影的大小与物体离投影中心的远近无关。根据互相平行的投影线与投影是否垂直，平行投影又分为正投影和斜投影。  **1. 正投影**  如果投影线与投影面相互垂直，由此所作出的平行投影称为正投影，也称为直角投影。采用正投影法，在三个互相垂直相交且平行于物体主要侧面的投影面上所作出的物体投影图，称为正投影图，如图 2-2 所示。该投影图能够较为真实地反映出物体的形状和大小，即度量性好，多用于绘制工程设计图和施工图。  **2. 斜投影**  投影线斜交投影面所作出的物体的平行投影，称为斜投影，如图 2-3 所示。  用斜投影法可绘制斜轴测图，如图 2-4 所示。斜投影图有一定的立体感，作图简单，但不能准确地反映物体的形状，视觉上变形和失真，只能作为工程的辅助图样。  1706501077424  **（二）中心投影**  中心投影即在有限的距离内，由投影中心 *S* 发射出的投影线所产生的投影，如图2-5 所示。其特点是投影线相交于一点，投影图的大小与投影中心 *S* 距离投影面 *P* 远近有关，在投影中心 *S* 与投影面 *P* 距离不变的情况下，物体离投影中心 *S* 越近，投影图越大；反之投影图越小。  用中心投影法绘制的物体投影图称为透视图，如图 2-6 所示。物体的透视图直观性很强、形象逼真，常用作建筑方案设计图和效果图。但透视图绘制比较烦琐，而且建筑物等的真实形状和大小不能直接在图中度量，不能作为施工图用。  1706501100402  **【学生】**思考、讨论。 | **展示文章，让学生更加仔细的阅读，从而激发学生的学习欲望。** |
| **作业布置**（3min） | **【教师】**布置课后作业  **投影的分类？** | 通过课后练习，使学生巩固所学新知识 |
| **知识讲解**  （40min） | **【教师】**展示投影的分类与特征（二）  **三、投影的特征**  工程图绘制过程中，投影图的绘制应遵循投影特征。投影具有的特征见表 2-1。  1706501195484  1706501263236  **四、工程中常用的几种投影图**  **（一）正投影图**  运用正投影法使形体在相互垂直的多个投影面上得到投影，然后按规则展开在一个平面上所得到的图为正投影图，如图 2-7 所示。正投影图的特点是作图比较简单，便于度量和标注尺寸，形体的平面平行于投影面时能够反映其实形，因此在工程上应用最多。但缺点是无立体感，需多个正投影图结合起来分析想象，才能得出立体形象。  **（二）透视投影图**  运用中心投影的原理绘制的具有逼真立体感的单面投影图称为透视投影图，简称透视图。它具有真实、直观、有空间感且符合人们视觉习惯的特点，但绘制较复杂，形体的尺寸不能在投影图中度量和标注，不能作为施工的依据，仅用于建筑及室内设计等方案的比较以及美术、广告等，如图 2-8 所示。  **（三）标高投影图**  标高投影图是标有高度数值的水平正投影图，在建筑工程中常用于表示地面的起伏变化、地形、地貌。作图时，用一组上下等距的水平剖切平面剖切地面，其交线反映在投影图上称为等高线。将不同高度的等高线自上而下投影在水平投影面上时，便可得到等高线图，称为标高投影图，如图 2-9 所示。  1706501292043  **（四）轴测投影图**  图 2-10 为形体的轴测投影图，它是运用平行投影的原理在一个投影图上作出的具有较强立体感的单面投影图。其特点是作图较透视图简单，相互平行的线可平行画出，但立体感稍差，常作为辅助图样。  1706501325901  **【学生】**思考、讨论。 | **通过教师讲解，了解投影的分类与特征（二）的基本理论知识。** |
| **课堂小结**  （3min） | 【**教师**】**回顾和总结本节课的知识点。**  **这节课我们一起学习了投影的分类与特征（二），知道正投影图的特点是作图比较简单，便于度量和标注尺寸，形体的平面平行于投影面时能够反映其实形，因此在工程上应用最多。** | 通过对所学知识的回顾，培养学生的归纳总结能力。 |
| **作业布置**（2min） | **【教师】**布置课后作业  **轴测投影图？** | 通过课后练习，使学生巩固所学新知识。 |
| **知识讲解**  （40min） | **【教师】**展示绘制三面投影（一）  **一、三面投影图的形成**  设空间有三个相互垂直的投影面，如图 2-11 所示。通常把平行于水平面的称作水平投影面，用 *H* 表示；与水平投影面垂直，位于观察者正对面的投影面称作正立投影面，用 *V* 表示；在水平投影面和正立投影面的右侧再增加一个投影面，称为侧立投影面，用*W* 表示。三个投影面的交线 *OX*、*OY*、*OZ* 称为投影轴，交点 *O* 称为原点。  1706501865865  一般情况下，要确定某物体的整体形状，用一个投影面是困难的，有些物体可用两个投影面，但大多数物体需用三个投  影面。  **（一）水平投影**  物体从上向下在水平投影面上的投影为水平投影，物体的水平投影反映了物体的长度和宽度，如图 2-12 所示，物体的  水平投影不能将物体的所有尺度（长、宽、高）全部反映出来。  **（二）正面投影**  物体从前向后的正投影为正面投影， 物体的正面投影反映了物体的长度和高度，如图 2-13 所示。  水平投影面与正立投影面构成两面投影体系，物体的两面投影能将其长度、宽度和高度全部反映出来，但是却不能唯一反映物体的形状，如图 2-14 所示，图中三棱柱和半圆柱是两个不同的形体，其两面 投影却完全相同。  1706501891204  1706501905847  **（三）侧面投影**  物体在侧立投影面上的投影为侧面投影，物体的侧面投影反映了形体的宽度和高度，如图 2-15 所示。  物体的三面投影不仅能确定形体的三个尺度，而且能唯一确定形体的形状，如图 2-16 所示，能将三棱柱和半圆柱区别开来。  1706501932971  **【学生】**思考、讨论。 | **通过教师讲解，了解绘制三面投影（一）的基本理论知识。** |
| **课堂小结**  （3min） | 【**教师**】**回顾和总结本节课的知识点。**  **这节课我们一起学习了绘制三面投影（一），知道水平投影面与正立投影面构成两面投影体系，物体的两面投影能将其长度、宽度和高度全部反映出来，但是却不能唯一反映物体的形状。** | 通过对所学知识的回顾，培养学生的归纳总结能力。 |
| **作业布置**（2min） | **【教师】**布置课后作业  **简述侧面投影。** | 通过课后练习，使学生巩固所学新知识。 |
| **知识讲解**  （40min） | **【教师】**展示绘制三面投影（二）  **二、三面投影图的展开**  为了把空间三个投影面上得到的投影图画在一个平面上，需要将三个相互垂直的投影面进行展开，这种将三个投影面摊开在一个平面内的方法叫作三面投影图的展开，如图 2-17 所示。  三个投影面展开后，原三面相交的交线 *OX*、*OY*、*OZ* 成为两条垂直相交的直线，原 *OY* 轴则分为两条，在 *H* 面上的用*OYH* 表示，在 *W* 面上的用*OYW* 表示。  1706501971021  如图 2-18 所示，在三面投影图中可知，正面投影图反映物体的左右、上下；水平投影图反映物体的左右、前后；侧面投影图反映物体的前后、上下。熟练地掌握投影图之间的三等关系及方位判别，对画图、识图将有极大的帮助。  1706502000189  从展开后的三面投影图的位置来看：左下方为水平投影图，左上方为正面投影图，右上方为侧面投影图。  **三、三面投影图的绘制**  （1）根据各投影图的比例与图幅大小的关系，在图纸上适当安排三个投影的位置。如对称图形，则先作出对称轴线。选择水平投影面、正立投影面和侧立投影面时，要使三个投影图上尽量减少虚线。  （2）绘制正面投影图，即先从最能反映形体特征的投影画起。  （3）根据“长对正，高平齐，宽相等”的投影关系，作出其他两个投影。  **工程案例**  试绘制图 2-19（a）所示台阶模型的三面投影图。  （1）台阶模型立体图。它是由长方体切去两块长方体后形成的台阶。箭头表示*V* 投影方向［图 2-19（a）］。  （2）绘出外形长方体的三面投影（用细实线打底稿）［图 2-19（b）］。  （3）在长方体三面投影的轮廓线内加绘台阶的三面投影：先加绘台阶的 *V* 投影，据此再绘 *H*、*W* 投影［图 2-19（c）箭头所示］。  （4）加粗加深线型，完成全图［图 2-19（d）］。  1706502052992  **【学生】**思考、讨论。 | **通过教师讲解，了解绘制三面投影（二）的基本理论知识。** |
| **课堂小结**  （3min） | 【**教师**】**回顾和总结本节课的知识点。**  **这节课我们一起学习了绘制三面投影（二），知道在三面投影图中可知，正面投影图反映物体的左右、上下；水平投影图反映物体的左右、前后；侧面投影图反映物体的前后、上下。** | 通过对所学知识的回顾，培养学生的归纳总结能力。 |
| **作业布置**（2min） | **【教师】**布置课后作业  **简述三面投影图的展开。** | 通过课后练习，使学生巩固所学新知识。 |
| **知识讲解**  （40min） | **【教师】**展示点、线、面的投影规律（一）  **一、点的投影**  建筑工程物体是由不同的基本体组成的，不管其复杂程度如何，抽象成几何体后它们都可以看成是由点、直线和平面这些基本元素形成的，要正确地绘制和识读建筑形体的投影图，必须先掌握组成建筑形体的基本元素的投影特性和作图方法。  **（一）点的三面投影**  设空间点*N*在三面投影体系中，作空间点*N*的三面投影，即过点*N*分别向三个投影面*H*、*V*、*W*作投影线，投影线与投影面的交点，就是点*N*在三投影面上的投影，分别用空间点的同名小写字母*n*、*n*′、*n*″表示，过点*N*的三面投影，向投影轴作垂线，和投影轴交于*nX*、*nY*和*nZ*，如图2-20（a）所示。将点*N*的三面投影图展开，如图2-20（b）所示，去掉边框线，形成点*N*的三面投影图，如图2-20（c）所示。从图2-20（c）可以得出点在三面投影体系中的投影规律：  （1）点的水平投影与正面投影的连线垂直于*OX*轴。  （2）点的正面投影和侧面投影的连线垂直于*OZ*轴。  （3）点的水平投影到*OX*轴的距离等于侧面投影到*OZ*轴的距离，都反映该点到*V*面的距离。  （4）点到某投影面的距离等于其在另两个投影面上的投影到相应投影轴的距离。  由上述规律知，由已知点的两个投影（含上下、左右、前后三种关系）便可求出第三个投影（只需上下、左右、前后三种关系中的两种）。  空间点如果处于投影面上或投影轴上，即为特殊位置点，如图2-21所示。  （1）如果点在投影面上，则点在该投影面上的投影与空间点重合，另两个投影均在投影轴上，如图2-21（a）中的点*M*和点*N*。  （2）如果点在投影轴上，则点的两个投影与空间点重合，另一个投影在投影轴原点，如图2-21（b）中的点*S*。  1706502861092  **（二）点的三面投影与直角坐标的关系**  空间点的位置除了用投影表示以外，还可以用坐标来表示。把投影面作为坐标面，投影轴作为坐标轴，投影原点作为坐标原点，则点到三个投影面的距离便可用点的三个坐标来表示，如图2-22所示，设点*A*坐标为（*x*，*y*，*z*），点的投影与坐标的关系如下：  *A*点到*H*面的距离*Aa*=*OaZ*= *a*′*aX=a*′′*aY*=*z*；  *A*点到*V*面的距离*Aa*′=*OaY*=*aaX*=*a*′′*aZ*=*y*；  *A*点到*W*面的距离*Aa*″=*OaX*=*a*′*aZ*=*aaY*=*x*。  由此可见，已知点的三面投影就能确定该点的三个坐标；反之，已知点的三个坐标，就能确定该点的三面投影或空间点的位置。  1706502885089  **（三）两点的相对位置**  **1.相对位置的判定**  点的三个坐标*x*、*y*、*z*分别表示空间点*A*到投影面*W*、*V*、*H*的距离，分别比较两点各坐标的大小，就可判定空间两点的相对位置。  比较*x*坐标的大小，可以判定两点的左右位置关系，*x*大的点在左，*x*小的点在右。  比较*y*坐标的大小，可以判定两点的前后位置关系，*y*大的点在前，*y*小的点在后。  比较*z*坐标的大小，可以判定两点的上下位置关系，*z*大的点在上，*z*小的点在下。  如图2-24所示，从水平投影可知，点*A*在点*B*的左前方，从正面投影可知，点*A*在点*B*的左下方，因此点*A*在点*B*的左、前、下方。  1706502921803  **2.重影点及其可见性**  当空间两点位于某一投影面的同一条投影线上时，则此两点在该投影面上的投影重合，这两点称为对该投影面的重影点。  如图2-25（a）所示，*M*、*N*两点处于对*V*面的同一条投影线上，它们的*V*面投影*m*′、*n*′重合，*M*、*N*两点就称为对*V*面的重影点。同理*，M*、*P*两点处于对*H*面的同一条投影线上，*M*、*P*两点就称为对*H*面的重影点。*M*、*S*两点处于对*W*面的同一条投影线上，*M*、*S*两点就称为对*W*面的重影点。  当空间两点为重影点时，其中必有一点遮挡另一点，这就存在着可见性的问题。如图2-25（b）所示，*M*点和*N*点在*V*面上的投影重合为*m*′（*n*′），*M*点在前*遮挡N*点，其  正面投影*m*′是可见的，而*N*点的正面投影（*n*′）不可见，加括号表示（称前遮后，即前可见后不可见）。同时，*M*点在上遮挡*P*点，*m*为可见，（*p*）为不可见（称上遮下，即上可见下不可见）。同理，也有左遮右的重影状况（左可见右不可见），如*M*点遮挡*S*点。  通过上述分析可以看出，所谓可见性是对某一投影而言，只有两点的某一投影重合为一点时，才有可见与不可见的问题。欲判定该投影面重影点的可见性，必须根据其他投影判定它们的位置关系。  1706502951788  **（四）点在其他分角的投影**  因为平面是没有边界的，若使*V*投影面向下延伸，*H*投影面向后延伸，则将两面投影体系划分为如图2-26所示的四个分角。  第一分角（Ⅰ）：位于*V*投影面之前，*H*投影面之上。  第二分角（Ⅱ）：位于*V*投影面之后，*H*投影面之上。  第三分角（Ⅲ）：位于*H*投影面之下，*V*投影面之后。  第四分角（Ⅳ）：位于*H*投影面之下，V投影面之前。  位于Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ分角的点*A*、*B*、*C*、*D*的投影如图2-27（a）所示。展开时，让第一分角的*H*投影面向下转动90°，和第四分角的*V*0投影面重合，则第二分角和第三分角的*H*0投影面向上转动90°，与第一分角的V投影面重合。投影图如图2-27（b）所示。  点*A*在第一分角内：*V*投影在*OX*轴上方，*H*投影在*OX*轴下方。  点*B*在第二分角内：*V*投影和*H*投影都在*OX*轴上方。  点*C*在第三分角内：*V*投影在*OX*轴下方，*H*投影在*OX*轴上方。  点*D*在第四分角内：*V*投影和*H*投影都在*OX*轴下方。  不同分角的点的投影，仍然遵守点的水平投影与正面投影的连线垂直于*OX*轴，点的正面投影到*OX*轴的距离等于点到水平投影面的距离；点的水平投影到*OX*轴的距离等于点到正立投影面的距离。  位于投影面和投影轴上的点的投影如图2-28所示。  1706502976126  1706503015637  **二、线的投影**  由于空间任意两个点可以确定一条直线，因此，直线的投影也可以由直线上两点的投影确定。求直线的投影，只要作出直线上两个点的投影，再将同一投影面上两点的投影连起来，即是直线的投影。  **（一）一般位置直线**  **1.空间位置**  一般位置直线对三个投影面都处于倾斜位置，它与*H*、*V*、*W*面的倾角*α*、*β*、*γ*均不等于0°或90°，如图2-29（a）所示。  **2.投影特性**  如图2-29（a）所示，将直线*L*向投影面*H*作投影，该投影在空间形成了一个平面，这个平面与投影面*H*的交线*l*就是直线*L*的*H*面投影。  绘制一条直线的三面投影图，可将直线上两点的各同面投影相连，便得直线的投影，如图2-29（b）所示。  1706503044794  **【学生】**思考、讨论。 | **通过教师讲解，了解点、线、面的投影规律（一）的基本理论知识。** |
| **课堂小结**  （3min） | 【**教师**】**回顾和总结本节课的知识点。**  **这节课我们一起学习了点、线、面的投影规律（一），知道于空间任意两个点可以确定一条直线，因此，直线的投影也可以由直线上两点的投影确定。** | 通过对所学知识的回顾，培养学生的归纳总结能力。 |
| **作业布置**（2min） | **【教师】**布置课后作业  **简述点的投影。** | 通过课后练习，使学生巩固所学新知识。 |
| **知识讲解**  （40min） | **【教师】**展示点、线、面的投影规律（二）  **（二）投影面平行线**  **1.投影面平行线的类型**  平行于一个投影面而倾斜于另两个投影面的直线称为投影面平行线。投影面平行线包括：  （1）水平线。平行于水平投影面而倾斜于正立投影面和侧立投影面的直线。  （2）正平线。平行于正立投影面而倾斜于水平投影面和侧立投影面的直线。  （3）侧平线。平行于侧立投影面而倾斜于水平投影面和正立投影面的直线。  **2.投影面平行线的投影特性**  （1）直线在所平行的投影面上的投影反映实长。  （2）其他投影平行于相应的投影轴。  （3）反映实长的投影与投影轴的夹角等于空间直线对其他两个非平行投影面的倾角。  **3.投影面平行直线投影图及其投影规律**  投影面平行直线投影图及其投影规律见表2-2。  1706503077751  **（三）投影面垂直线**  **1.投影面垂直线的类型**  垂直于任一投影面的直线称为投影面垂直线，投影面垂直线包括：  （1）正垂线。垂直于*V*面且与其他两投影面都平行的直线。  （2）铅垂线。垂直于*H*面且与其他两投影面都平行的直线。  （3）侧垂线。垂直于*W*面且与其他两投影面都平行的直线。  **2.投影面垂直线的投影特性**  （1）投影面垂直线在垂直的投影面上的投影积聚成为一个点。  （2）在另外两个投影面上的投影分别垂直于相应的投影轴，并反映实长。  **3.投影面垂直线投影图及其投影规律**  投影面垂直线投影图及其投影规律见表2-3。  1706503108472  **（四）直线上的点**  **1.直线上点的投影**  直线是一些有规律的点的集合，这些有规律的点的投影也应该在直线的同面投影上，反之，如果一个点的三面投影在一直线的同面投影上，则该点必为直线上的点。  **2.直线上点的定比性**  直线上一点，把直线分成两段，这两段线段的长度之比等于它们相应的投影之比，这种比例关系称为定比关系。如图2-30所示，直线*AB*上有一点*C*，则*C*点的三面投影必定在*AB*的相应投影上，并且满足：*AC*∶*CB*=*a*′*c*′∶*c*′*b*′=*ac*∶*cb*=*a*″*c*″∶*c*″*b*″  1706503152040  **（五）两直线的相对位置**  空间两直线的相对位置有三种，即平行、相交和交叉。其中平行两直线和相交两直线又称为共面线，交叉两直线不在同一平面内，称为异面线。  **1.两直线平行**  根据平行投影的特性，若空间两直线平行，则它们的同面投影也互相平行，如图2-33所示。反之，两直线的三面投影如果平行，则空间两直线必平行。  1706503174668  如果空间两直线的任意两投影面上的同面投影相互平行，若判断空间两直线是否平行应从以下三个方面考虑。  （1）如果两直线为一般位置直线，它们在任意两投影面上的同面投影平行，则空间两直线互相平行。  （2）如果两直线为投影面平行线，要判定它们在空间是否平行，则要看它们在平行的投影面上的投影是否平行。如图2-34所示，图2-34（a）中侧平线*AB*、*CD*的侧面投影平行，所以空间两直线平行；图2-34（b）中，侧平线*AB*、*CD*的侧面投影不平行，所以空间两直线*AB*、*CD*也不平行。  1706503198340  （3）同一投影面上的投影面垂直线必然平行。  **2.两直线相交**  两直线相交必然有一个交点，该交点是两直线的公共点，这个公共点的投影也应该是两直线投影的公共点。因此，两直线相交，其同面投影必相交，并且交点的投影符合点的投影规律，如图2-36所示。  1706503237868  （1）两相交直线的同面投影必定相交，并且投影的交点就是空间两直线交点的投影。  （2）交点分线段所成的比例等于交点的投影分线段同名投影所成的比例。  **3.两直线交叉**  若空间两直线交叉，则它们的同面投影可能有一个或两个平行，但不会三个同面投影都平行；它们的同面投影可能有一个、两个或三个相交，但交点不符合点的投影规律（交点的连线不垂直于投影轴）。  如图2-38所示，交叉两直线*AB*与*CD*的水平投影和正面投影都出现了交点，但两交点的连线不与*OX*轴垂直，因此，这两个交点不是两直线交点的投影，而是*AB*线与*CD*线重影点的投影。  1706503269057  **4.两直线垂直**  （1）两直线垂直相交。如图2-39（a）所示，直线*AB*垂直于直线*BC*，其中*AB*是水平线，因此*AB*垂直于*Bb*，也垂直于平面*BCcb*。由于*ab*平行于*AB*，则*ab*垂直于平面*BCcb*，因而*ab*也垂直于该面上的*bc*，即∠*abc*=90°，如图2-39（b）所示。  （2）两直线垂直交叉。直角投影定理同样适用于交叉两直线互相垂直，如图2-39（a）所示，*BC*、*DE*是互相垂直交叉两直线，作一直线*AB*平行于*DE*且与*BC*垂直相交。和  垂直相交两直线相同，垂直交叉两直线中，只要有一直线平行于某一投影面，则该投影面上的投影为直角，如图2-39（c）所示，正平线*AB*与一般位置直线*CD*是交错两直线，延长*a*′*b*′和*d*′*c*′，如果它们的夹角是直角，则*CD*⊥*AB*。  1706503305530  **（六）直线与投影面的倾角及线段的实长**  投影面平行直线和投影面垂直直线在某一投影面上的投影总能反映空间直线段的实长及其与投影面的真实倾斜角，但一般位置直线在各投影面上的投影既不能反映线段的实长，也不能反映直线与投影面的倾斜角。所以，经常需要根据空间直线的投影求出直线与投影面的倾斜角及线段的实长，求解过程中多采用直角三角形法。  直线与水平投影面的夹角，称为水平倾角，用*α*表示；与正立投影面的夹角，称为正面倾角，用*β*表示；与侧投影面的夹角，称为侧面倾角，用*γ*表示。  **1.直线与水平投影面的倾角及线段实长**  如图2-41（a）所示，直线*MN*与其水平投影*mn*决定的平面*MNnm*垂直于*H*面，在该平面内过点*N*作*mn*的平行线交*Mm*于*M*0，则构成一直角△*MM*0*N*。从直角△*MM*0*N*可以看出，直角边*M*0*N*=*mn*，另一直角边*MM*0等于*M*、*N*两点到*H*面距离之差；它所对的∠*MNM*0即为直线*MN*对*H*面的倾角*α*；直角△*MM*0*N*的斜边*MN*即为其实长。因此，只要求出直角△*MM*0*N*的实形，即可求得*MN*对*H*面的倾角*α*及其实长。  在投影图中，*MN*的水平投影*mn*已知，*M*、*N*两点到*H*面距离之差，可由其正面投影求得，由此即可作出直角△*MM*0*N*的实形。  求直线*MN*与*H*面的倾角及线段实长有两种作图方法：第一种作图方法［图2-41（b）］：  （1）求*M*、*N*两点到*H*面距离之差：过*n*′作*OX*的平行线与*mm*′交于*m*1′，则*m*′*m*1′等于*M*、*N*两点到*H*面距离之差；  （2）以*mn*为直角边，*m*′*m*1′的长度为另一直角边的长度，作直角三角形：过*m*作*mn*的垂线，在该垂线上截取*mM*0=*m*′*m*1′，连接*nM*0，则∠*M*0*nm*即为*MN*对*H*面的倾角*α*， *M*0*n*的长度即为*MN*的实长。  第二种作图方法［图2-41（c）］：  （1）过*n*′作*OX*的平行线与*mm*′交于*m*1′，*m*′*m*1′即为*M*、*N*两点到*H*面的距离之差；  （2）在*n*′*m*1′的延长线上截取*m*1′*N*0= *mn*，并连接*m*′、*N*0，则∠*m*1′*N*0*m*′=*α*， *m*′*N*0= *MN*。显然，图2-41（b）中的直角△*M*0*mn*和图2-41（c）中的直角△*m*′*m*1′*N*0是两个全等直角三角形，并且等于图2-41（a）所表示的直角△*MM*0*N*。  1706503332783  **2.直线与正立投影面的倾角及线段实长**  如图2-42（a）所示，直线*AB*的正面投影为*a*′*b*′，直线*AB*与平面*ABb*′*a*′垂直于*V*面，在平面*ABb*′*a*′内过点*A*作*a*′*b*′的平行线交*Bb*′于*B*0，则构成一直角△*AB*0*B*。从该直角三角形得知，直角边*AB*0=*a*′*b*′，另一直角边*BB*0等于*B*、*A*两点到*V*面的距离之差，它所对的∠*BAB*0，即为直线对*V*面的倾角*β*；直角△*AB*0*B*的斜边*AB*，即为线段*AB*实长。  在投影图中，*AB*的正面投影*a*′*b*′已知，*B*、*A*两点到*V*面距离之差，可由其水平投影求得。具体作法有如下两种：  第一种作法［图2-42（b）］：  （1）求*B*、*A*两点到*V*面距离之差：过*a*作*OX*的平行线交*bb*′于*b*1，则*bb*1等于*A*、*B*两点到*V*面距离之差。  （2）以*a*′*b*′为一直角边，*bb*1的长度为另一直角边的长度，作出直角△*B*0*b*′*a*′，则∠*b*′*a*′*B*0即为直线*AB*对*V*面的倾角*β*， *a*′*B*0=*AB*。  第二种作法［图2-42（c）］：  过*a*作*OX*的平行线交*bb*′于*b*1，在*ab*1的延长线截取*b*1*A*0=*a*′*b*′，并连接*A*0、*b*，则∠*bA*0*b*1=*β*， *A*0*b*=*AB*，显然，图2-42（b）、（c）中的△*B*0*b*′*a*′、△*bb*1*A*0与图2-42（a）中的△*AB*0*B*为全等直角三角形。  1706503355292  **3.直线与侧投影面的倾角及线段实长**  直线对*W*面的倾角*γ*的求法，可根据求*α*、*β*的原理进行。所不同的是，求*γ*角是以线段的侧面投影和两端点到*W*面的距离差，作为直角三角形的两个直角边。  **（七）曲线投影**  曲线可以看作一个不断改变运动方向的点的轨迹。根据点的运动方向有无一定规律，可将曲线分为规则曲线和不规则曲线。凡曲线上所有的点都在同一平面上的，称为平面曲线，凡曲线上四个连续的点不在同一平面上的，称为空间曲线，如图2-43（a）所示。  一般情况下，曲线的投影仍为曲线。但当平面曲线所在的平面垂直于投影面时，则曲线的投影积聚为一直线，如图2-43（b）所示；当平面曲线所在的平面平行于投影面时，则曲线的投影反映其实形，如图2-43（c）所示。  1706503378027  **三、平面的投影**  **（一）平面的表示方法**  确定平面的几何元素主要包括：不在同一直线上的三点、一直线和线外一点、两相交直线、两平行直线、平面图形（即平面的有限部分，例如三角形等），如图2-44所示。  1706503402727  另外，用迹线也可以表示平面，迹线是指平面与投影面的交线，如图2-45所示。*P*平面与*H*面的交线称为水平迹线，用*PH*表示；*P*平面与*V*面的交线称为正面迹线，用*PV*表示；*P*平面与*W*面的交线称为侧面迹线，用*PW*表示。  **（二）平面与投影面的相对位置**  根据平面对投影面的相对位置不同，可分为三种情况：与三个投影面都倾斜的平面，称为一般位置平面；与任一投影面平行的平面，称为投影面平行面；与任一投影面垂直的平面，称为投影面垂直面。平面与投影面的倾角分别用*α*、*β*、*γ*表示，*α*表示平面与水平投影面的倾角，*β*表示平面与正立投影面的倾角，*γ*表示平面与侧立投影面的倾角。  1706503437414  **1.一般位置平面**  由于一般位置平面与三个投影面均处于倾斜位置，所以平面图形的三个投影均不反映实形，也无积聚性，而是原图形的类似形，如图2-46所示。  分析图2-46，可以得出一般位置平面的投影特性：  （1）三面投影均不反映空间平面图形的实形，仅相似于空间平面图形，并且面积小于空间平面图形的面积。  （2）平面图形的三面投影均不反映该平面与投影面的倾角。  1706503463996(1)  **2.投影面平行面**  投影面平行面可分为三种。  （1）水平面。平行于水平投影面而垂直于正立投影面和侧立投影面的平面。  （2）正平面。平行于正立投影面而垂直于水平投影面和侧立投影面的平面。  （3）侧平面。平行于侧立投影面而垂直于水平投影面和正立投影面的平面。  用平面图形表示的投影面平行面，在所平行的投影面的投影反映该平面图形的实际形状，其他两个投影具有积聚性各形成一段直线，并且平行于相应的投影轴，见表2-4。  1706503486277  1706503503255  **3.投影面垂直面**  投影面垂直面可分为三种。  （1）铅垂面。垂直于水平投影面而倾斜于正立投影面和侧立投影面的平面。  （2）正垂面。垂直于正立投影面而倾斜于水平投影面和侧立投影面的平面。  （3）侧垂面。垂直于侧立投影面而倾斜于水平投影面和正立投影面的平面。  用平面图形表示的投影面垂直面，在所垂直的投影面上的投影为一段直线，具有积聚性，其他两个投影均为该平面图形的类似形，如表2-5所示。  1706503525156  1706503541407  **（三）平面内的直线和点**  直线或点在平面上，则直线或点的投影必然在该平面的相应投影上。根据平面上的直线或点的投影特性可以在平面上取直线或点，即作出平面上某些直线或点的投影。  **1.平面内的直线**  （1）直线在平面内的判定条件。直线在平面上的判定条件：如果一直线通过平面上的两个点，或通过平面上的一个点且平行于平面上的一直线，则直线在平面上。如图2-47所示，直线*BE*通过平面*BCED*上的点*B*和点*E*，直线*FG*通过平面上一点*F*并平行于*DE*边。因此，*BE*和*FG*都在平面*BCED*上。  （2）平面内直线的投影特性。如图2-48所示，如果直线*L*1的投影通过已知平面*P*内的两点*M*、*N*的同面投影（即*l*1通过*m*、*n*，*l*1′通过*m*′、*n*′），则该直线*L*1必在已知平面*P*内；如果直线*L*2的投影通过已知平面*P*内一点*M*，并且平行于平面*P*内某一直线*AB*的同面投影（即*l*2通过*m*且平行于*ab*；*l*2′通过*m*′且平行于*a*′*b*′），则该直线*L*2也必在已知平面*P*内。  （3）平面内特殊位置直线。平面内特殊位置直线是指平面上与投影面平行的直线，以及与投影面成最大倾斜角度的直线。  1706503564215  1706503574866  ①平面内的水平线以及对水平投影面的最大斜度线。  平面内平行于水平投影面*H*的直线，称为平面内的水平线；平面内所有水平线都互相平行，既符合平面内的几何条件，又具有水平线的投影特性，其同面投影相互平行，反映线段的实长。  1706503714728(1)  如图2-49所示，*CD*是平面△*ABC*上的一水平线，并且通过△*ABC*上的两点*C*、*D*，*BE*是平面△*ABC*上的一条对*H*面的最大斜度线。*c*′*d*′平行于*OX*轴，*CD*、*BE*两直线互相垂直。*BE*直线对*H*面的倾角就等于平面△*ABC*对*H*面的倾角*α*。  ②平面上的正（侧）平线及对正（侧）立投影面的最大斜度线。  平面上平行于正（侧）立投影面的直线，称为平面上的正（侧）平线。  平面上与正（侧）立投影面成最大倾斜角度的直线，称为平面上对正（侧）立投影面的最大斜度线。  **2.平面内的点**  （1）点在平面内的判定条件。点在平面内的判定条件：如果点在平面内的一条直线上，则点在平面内。如图2-50所示，点*P*在直线*MN*上，而*MN*在△*ABC*上，因此，点*P*在△*ABC*上。  1706503761076  （2）平面内点的投影特性。如图2-51所示，如果点*M*的投影在已知平面*P*内某一直线*AB*的同面投影上（即*m*、*m*′分别位于*ab*、*a*′*b*′上），并且符合点的投影规律，则该点*M*必在已知平面*P*内。  因此，要在平面内取点，必须先在平面内确定通过该点的直线。  1706503784712  **3.包含点或直线作平面**  如果没有附加条件，包含点或直线可作无数个平面。因此，包含点或直线作平面，一般都加一定的限制条件。  **（四）直线与平面、平面与平面的相对位置**  直线与平面、平面与平面的相对位置有平行、相交和垂直三种情况。  **1.直线与平面、平面与平面平行**  （1）直线与平面平行。直线与平面平行的几何条件是，如果一直线与平面上的任一条直线平行，则该直线与该平面互相平行。  由此得出结论：直线平行于平面，则该直线与平面内任意一直线的同面投影平行。  （2）平面与平面平行。平面与平面平行的几何条件是，如果一个平面上的两相交直线，对应平行于另一个平面上的两相交直线，则此两平面互相平行。  当两平面用迹线表示时，如果两平面的同面迹线均互相平行，则两平面一定互相平行。  **2.直线与平面、平面与平面相交**  直线与平面相交有一个交点，其交点必是直线与平面的共有点，它既在直线上又在平面上，具有双重的从属关系。交点的这种性质是求交点的依据。平面与平面相交有一条交线，交线是两平面的共有线，即同时位于两个平面上的直线。交线的这种性质也是求交线的依据。  （1）一般情况相交。一般情况相交是指参与相交的无论是直线还是平面，在投影体系中均处于一般位置。当直线与平面或平面与平面相交的两个几何元素均处于一般位置时，可通过作辅助平面的方法求交点或交线。  （2）特殊情况相交。特殊情况相交是指参与相交的直线和平面中，至少有一个几何元素对投影面处于特殊位置，它在该投影面上的投影具有积聚性。因此，交点的一个投影可以直接确定，而其他投影可按照在直线或平面上取点的方法求出。  **（五）曲面投影**  曲面是由直线或曲线在一定约束条件下运动形成的。这条运动的直线或曲线，称为曲面的母线。曲面上任一位置的母线称为素线。如图2-52所示，母线*Aa*沿着曲线*AD*运动，并始终平行于直线*L*，运动形成曲面。  1706503857105  根据形成曲面的母线和其约束条件，曲面包括：  回转曲面——由直母线或曲母线绕一固定轴旋转而形成的曲面；  非回转曲面——由直母线或曲母线依据固定的导线、导面移动而形成的曲面。  **1.圆柱面的投影**  一直线绕与其平行的轴线旋转而形成的曲面，称为圆柱面，如图2-53所示。圆柱面的轴线垂直于水平投影面时，其投影如图2-54所示。  （1）圆柱面的水平投影。当圆柱面的轴线垂直于水平投影面时，圆柱面上所有素线都垂直于水平投影面，在水平投影面上的投影积聚成点，这些点构成的圆周为圆柱面的水平投影。  （2）圆柱面的正面投影。当圆柱面的轴线垂直于水平投影面时，其正面投影为矩形，最左、最右的两条轮廓线是圆柱面上最左、最右两条素线的投影，这两条素线也是圆柱面前半部分和后半部分的分界线。投影时，圆柱前半部分和后半部分重合，前半部分可见，后半部分不可见。  （3）圆柱面的侧面投影。当圆柱面的轴线垂直于水平投影面时，其侧面投影也为矩形，最前、最后两条轮廓线是圆柱面上最前、最后素线的投影。圆柱面侧面投影时，左半部分和右半部分重合，左半部分可见，右半部分不可见。  1706503880595  **2.圆锥面的投影**  直母线绕与其相交的轴线旋转而形成的曲面，称为圆锥面，如图2-55所示。圆锥面上所有的素线交于一点，该点称为圆锥面的顶点。  1706503902951(1)  当圆锥面的轴线垂直于水平投影面时，其投影如图2-56  所示。圆锥面的水平投影为一圆。正面投影是一等腰三角形，  三角形的两个腰是圆锥面最左、最右素线的投影，最左、最右素线也是圆锥面前、后两部分的分界线。圆锥面的投影与圆柱面的投影不同，圆柱面的投影有积聚性，而圆锥面的投影没有积聚性，因此，作图时，有时需要作辅助线。辅助线可以是素  线，也可以是纬圆。用辅助素线解题的方法，称为素线法；用辅助纬圆解题的方法，称为纬圆法。  **3.球面的投影**  由曲母线绕圆内一直径旋转而形成的曲面称为球面，如图2-57所示。  球面在三面投影体系中的投影为三个直径相等的圆，如图2-58所示。  1706503946936  1706503959764  由于球面的素线是曲线，因此球面上的点可采用辅助纬圆法确定。  **4.环面的投影**  以圆为母线，绕与它共面的圆外直线旋转而形成的曲面，称为环面。  当环面的导线垂直于水平投影面时，环面的水平投影是两个同心圆，环面的正面投影和侧面投影都是由两个圆和与它们上下相切的两段水平轮廓线组成的，如图2-59所示。  当轴线垂直于投影面时，在环面上定点可采用纬圆法。  1706504063075  **【学生】**思考、讨论。 | **通过教师讲解，了解点、线、面的投影规律（二）的基本理论知识。** |
| **课堂小结**  （3min） | 【**教师**】**回顾和总结本节课的知识点。**  **这节课我们一起学习了点、线、面的投影规律（二），了解当环面的导线垂直于水平投影面时，环面的水平投影是两个同心圆，环面的正面投影和侧面投影都是由两个圆和与它们上下相切的两段水平轮廓线组成的。** | 通过对所学知识的回顾，培养学生的归纳总结能力。 |
| **作业布置**（2min） | **【教师】**布置课后作业  **简述投影面平行线。** | 通过课后练习，使学生巩固所学新知识。 |
| **知识讲解**  （40min） | **【教师】**展示分析正投影图（一）  **一、形体的投影特征**  三面投影图中，每个投影面的投影只是反映同一形体一个侧面的形状，而不是反映形体的全貌。读图时一般把给定的两个、三个或更多的投影图联系起来阅读，其中最主要的是先看能反映形体特征形状的图，再综合各侧面的特征想象出空间形体的形象。 例如，图 2-60（a）、（b）两个形体的 *V* 投影相同，但一个表达圆锥台，另一个表达四棱台，两者差别很大，其差别要根据 *H* 投影才能看出，因此，*H* 投影是主要的特征位置。 同理，图 2-60（c）、（d）中两个形体的 *V* 投影相同，显然 *H* 投影是主要的特征位置。因此，读图时不能只读一个投影图，应抓住形体的投影特征，综合各投影进行分析对照， 相互联系起来，才能想象出形体的实际形状。  1706583584723  **【学生】**思考、讨论。 | **通过教师讲解，了解分析正投影图（一）的基本理论知识。** |
| **课堂小结**  （3min） | 【**教师**】**回顾和总结本节课的知识点。**  **这节课我们一起学习了分析正投影图（一），知道读图时不能只读一个投影图，应抓住形体的投影特征，综合各投影进行分析对照， 相互联系起来，才能想象出形体的实际形状。** | 通过对所学知识的回顾，培养学生的归纳总结能力。 |
| **作业布置**（2min） | **【教师】**布置课后作业  **简述形体的投影特征。** | 通过课后练习，使学生巩固所学新知识。 |
| **知识讲解**  （40min） | **【教师】**展示分析正投影图（二）  **二、分析正投影图上的线段和线框**  归纳前面一些简图的识读和画法，投影图上的线段和线框各有三种可能性。  **（一）线段**  （1）线段可能是形体表面上两个相邻表面的交线，即形体上棱边的投影。如图2-60（b）所示，*H*投影上标注的*ae*、*df*、*cg*、*bh*四段斜线。  （2）线段可能是形体某一侧面的积聚投影。如图2-60所示，各形体的顶面和底面在*V*面的投影均是积聚投影。  （3）线段也可能是曲面投影轮廓线。如图2-60（a）中的*V*投影1′8′、2′6′为圆锥台左、右轮廓素线位置。  **（二）线框**  （1）线框可能是某一侧面的实际形状投影。如图2-60所示，各形体的顶面和底面的*H*投影均反映实际形状。  （2）线框可能是某一侧面的非实际形状投影。如图2-60（b）所示，*V*投影*a*′*d*′*f*′*e*′和*H*投影*adfe*均不反映实际形状。  （3）线框也可能是某一曲面的投影。如图2-60（a）、（c）所示，图2-60（a）中*V*投影1′2′6′8′是圆锥表面，图2-60（c）中V投影是两个大小不同的圆柱的表面投影。  1706583669485  **【学生】**思考、讨论。 | **通过教师讲解，了解分析正投影图（二）的基本理论知识。** |
| **课堂小结**  （3min） | 【**教师**】**回顾和总结本节课的知识点。**  **这节课我们一起学习了分析正投影图（二），了解线段可能是形体表面上两个相邻表面的交线，即形体上棱边的投影。** | 通过对所学知识的回顾，培养学生的归纳总结能力。 |
| **作业布置**（2min） | **【教师】**布置课后作业  **简述分析正投影图上的线段和线框。** | 通过课后练习，使学生巩固所学新知识。 |
| **教学反思** | 需要进一步引导学生发挥主动积极性，提高主动思考问题，解决问题的能力，树立自信心。 | |