



小学教育专业精品教材
互联网 + 课程思政新形态教材

小学数学课程与教学论

主 编 曾小平 沈利玲

小学数学课程与教学论

XIAOXUE SHUXUE KECHENG YU JIAOXUELUN

主 编 曾小平 沈利玲

北京出版集团
北京出版社

北京出版集团
北京出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

小学数学课程与教学论 / 曾小平, 沈利玲主编. —
北京: 北京出版社, 2021.4 (2023 重印)

ISBN 978-7-200-16282-0

I. ①小… II. ①曾… ②沈… III. ①小学数学课—
教学研究 IV. ① G623.502

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2021) 第 009657 号

小学数学课程与教学论

XIAOXUE SHUXUE KECHENG YU JIAOXUELUN

主 编: 曾小平 沈利玲

出 版: 北京出版集团

北京出版社

地 址: 北京北三环中路 6 号

邮 编: 100120

网 址: www.bph.com.cn

总 发 行: 北京出版集团

经 销: 新华书店

印 刷: 定州启航印刷有限公司

版 印 次: 2021 年 4 月第 1 版 2023 年 6 月修订 2023 年 6 月第 3 次印刷

成品尺寸: 185 毫米 × 260 毫米

印 张: 14.5

字 数: 326 千字

书 号: ISBN 978-7-200-16282-0

定 价: 43.50 元

教材意见建议接收方式: 010-58572162 邮箱: jiaocai@bphg.com.cn

如有印装质量问题, 由本社负责调换

质量监督电话: 010-82685218 010-58572162 010-58572393

目录

项目一 认识数学与数学教育 | 1

- 任务一 认识数学 | 2
- 任务二 认识数学教育 | 11

项目检测 | 小学数学教育目标的演变 | 19

项目二 认识数学课程标准 | 20

- 任务一 数学课程的性质与理念 | 21
- 任务二 数学课程的育人目标 | 24
- 任务三 小学数学的主要内容 | 28
- 任务四 课程标准的实施建议 | 33

项目检测 | 课程实施的案例分析 | 36

项目三 小学数学学习路径 | 37

- 任务一 形成数学概念的路径 | 38
- 任务二 发现数学结论的路径 | 45
- 任务三 数学问题解决的学习路径 | 53

项目检测 | 小学生问题解决的错误分析 | 59

项目四 小学数学教学原则 | 60

- 任务一 直观与抽象相结合的原则 | 61
- 任务二 归纳与演绎相结合的原则 | 66
- 任务三 原型与模型相结合的原则 | 70
- 任务四 算法与算理相结合的原则 | 74

项目检测 | 小学生数与运算的错误分析 | 82

项目五 小学数学教学方法 | 83

- 任务一 小学数学教学方法概述 | 84
- 任务二 小学数学教学的基本方法 | 87
- 任务三 小学数学教学的综合方法 | 94
- 任务四 小学数学教学的辅助手段 | 102

项目检测 | 小学数学教学方法的分析和手段的运用 | 107



项目六 小学数学教学技能 | 108

- 任务一 小学数学教学导入 | 109
- 任务二 数学教学提问与理答技能 | 113
- 任务三 数学教学小结与总结技能 | 117
- 任务四 小学数学教学的板书技能 | 123
- 任务五 小学数学教学的说课技能 | 127

项目检测 | 小学数学教学说课的优化 | 135

项目七 小学数学教材分析 | 136

- 任务一 小学数学教材概述 | 137
- 任务二 小学数学教材分析理论 | 141
- 任务三 小学数学教材分析实践 | 146

项目检测 | “面积”单元的教材分析 | 152

项目八 小学数学教学设计 | 153

- 任务一 小学数学教学设计概述 | 154
- 任务二 小学数学教学设计的基本环节 | 156
- 任务三 小学数学教学设计的呈现形式 | 163

项目检测 | “梯形面积”的教学设计 | 174

项目九 小学数学教学实施 | 175

- 任务一 小学“数与运算”的教学 | 176
- 任务二 小学“式与代数”的教学 | 186
- 任务三 小学“图形与几何”的教学 | 191
- 任务四 小学“统计与概率”的教学 | 196

项目检测 | 小学数学课堂教学的案例分析 | 200

项目十 小学数学教学评价 | 202

- 任务一 小学数学教学评价概述 | 203
- 任务二 小学数学教师教学评价 | 207
- 任务三 小学数学学生学习评价 | 212

项目检测 | 小学数学教学评价行动研究 | 221

参考文献 | 222



项目一 认识数学与数学教育

项目背景

数学教育就是用数学来育人。它的主要目的是让学生掌握数学基础知识、获得数学基本能力和领悟数学思想方法，进而促进学生智力、情感和智慧的健康发展。小学阶段的数学教育属于义务教育，要在坚定理想信念、厚植爱国主义情怀、加强品德修养、增长知识见识、培养奋斗精神、增强综合素质上下功夫，培养有理想、有本领、有担当的德智体美劳全面发展的社会主义建设者和接班人。因此，数学教师要敢于担当中华民族伟大复兴的大任，认真领悟数学的本质与特征，理解数学教育的价值与目标，并将它们整合到数学课堂教学的活动当中，数学教育的目标才能真正实现。

项目目标

一、知识与能力目标

1. 了解作为科学的数学的本质与特征，理解作为学科的数学的特点，掌握两者的联系与区别。
2. 了解国际数学教育百年发展史，理解新中国数学教育发展历程，了解小学数学教育的发展趋势。

二、过程与方法目标

1. 选择小学数学中的基本概念和结论，阅读相关书籍，理解作为学科的数学和作为科学的数学中，同一概念或者命题的联系和区别。
2. 选定一个数学主题（比例、统计与概率等），查阅我国历次教学大纲和课程标准，分析该主题在我国数学教育中的演变情况。

三、情感态度与价值观目标

1. 通过对作为学科的数学与作为科学的数学的学习，增进对数学的理解。
2. 通过对国内外数学教育发展的学习，树立科学的数学教育价值观。
3. 提高对数学与数学教育的认识，理解数学育人的大目标，明白小学教师为民族复兴肩负的历史使命。

引导案例

四部委联合印发加强数学科学研究工作方案

2019年7月12日,科技部办公厅、教育部办公厅、中科院办公厅、自然科学基金委办公室印发《关于加强数学科学研究工作方案》。方案中指出,“数学是自然科学的基础,也是重大技术创新发展的基础。数学实力往往影响着国家实力,几乎所有的重大发现都与数学的发展与进步相关,数学已成为航空航天、国防安全、生物医药、信息、能源、海洋、人工智能、先进制造等领域不可或缺的重要支撑”。

思考 四部委为何要印发《关于加强数学科学研究工作方案》?数学在国家发展中有何重要作用?中华人民共和国成立以来,我国数学教育取得了哪些成就?

任务一 认识数学

学习目标

1. 了解作为科学的数学的历史、本质与特征。
2. 理解作为学科的数学的特点,建立与作为科学的数学的联系。

学习任务

选择一个数学概念(例如面积、体积、方程、平均数等),从数学科学的角度理解其数学本质,从数学学科(中小学教材中的定义)的角度进行分析,说明两者的联系和区别。

一、认识数学的视角

苏轼诗云:“横看成岭侧成峰,远近高低各不同。不识庐山真面目,只缘身在此山中。”关于数学的本质,许多伟大的数学家和数学教育家都曾从不同的角度,做出了自己独特的思考。有的着眼于数学研究的内容,有的着眼于数学教育的过程,有的着眼于思维,有的着眼于知识。

恩格斯(Friedrich Engels, 1820—1895)认为:“纯数学的对象是现实世界的空间形式和数量关系,是非常现实的材料。这些材料以极度抽象的形式出现,从而在表面上掩盖它起源于外部世界的事实。”R.柯朗(R. Courant, 1888—1972)和H.罗宾(Herbert Robbins)认为:“数学,作为人类思维的表达形式,反映了人们积极进取的意志、缜密周详的推理以及对完美境界的追求。”20世纪80年代,一些学者将数学定



义为关于模式的科学，即“数学这个领域已经被称作模式的科学，其目的是要揭示人们从自然界和数学本身的抽象世界中观察得到的结构和对称性”。

然而，对于这个略带哲学意味的问题，要做出一个最为全面的、统一的回答，却不是一件容易的事情，同时也没有意义这样做。因为数学家与数学教育家的着眼点是完全不同的。数学家的目标是在过去一切正确的数学成果积淀的基础上发展新的数学；数学教育家的目标则是让现有的数学更好地为下一代服务，包括获得知识和训练思维。在数学家的眼中，数学是一门科学；在数学教育家眼中，数学是一门学科。

作为科学的数学与作为学科的数学有着千丝万缕的联系，也有着天壤之别。数学作为科学，有它漫长的历史文明，独特的研究对象以及广泛的实用价值。作为学科的数学，则在于其重要的教育价值。未来的小学数学教师，既要了解作为科学的数学，以便自下而上地对数学有一个较为整体的把握；又要了解作为学科的数学，以便自上而下地对教学进行有分寸的控制。

二、作为科学的数学

（一）数学的历史

翻开任何一本关于记载数学史的书籍，都会发现作为科学的数学历史是一条蜿蜒曲折的长河。关于数学的有记载的历史，最早可以追溯到上古时期，到现在，源源不断地积累了丰富的成果。新的阶段与上一个阶段相比有了突破性的进展。这些进展中，有的是聚集许多人的智慧形成了举世瞩目的著作和文献，有的是解决了长期以来悬而未决的问题，还有的是开创了新的学科分支。我们选取以下几项突破性的进展，做一些简单的介绍。



数学的历史

1. 欧几里得的《几何原本》

欧几里得（Euclid，约公元前 330—公元前 275）在公元前 300 年左右，曾经到亚历山大教学。他酷爱数学，搜集了当时所能知道的一切几何事实，按照柏拉图和亚里士多德的关于逻辑推理的方法，整理成一整套系统严密的理论，写成数学史上早期的著作《几何原本》（Euclid geometry）。

这是一本集大成之作，其中的数学事实并非都是由欧几里得本人发现的，而是古希腊长期以来众多数学家（比如毕达哥拉斯、欧多克斯等人）的智慧结晶。《几何原本》不能想当然地按照其译文的字面意思来理解，它不是单纯讲几何的，还包括相当多的数论和初等的代数知识。

但是，这部巨著并不是对当时所知道的那些数学事实的简单堆砌，而是对这些数学事实进行了精心的选择，并排列成一个合乎逻辑的完整体系。全书包括 13 卷，共计 131 个定义、5 个公设、5 个公理和 465 个命题。从定义、公设、公理出发，对所列出的命题一一都进行了证明。这是数学的公理化体系的第一个雏形，成为人类理性思维的里程碑。

2. 笛卡儿的解析几何

继《几何原本》之后约半个世纪，在古希腊数学家阿波罗尼斯（Apollonius，约公元前 262—公元前 190）笔下诞生了著作《圆锥曲线论》。这部著作将当时所知道的圆锥曲线的全部分性质收罗其中，因而广为流传。但它沿用古希腊几何学的传统，将圆锥曲线看作一种静态的几何，停留在常量数学的范围内。这种局限性在 16 世纪以前没有引起注意。直到哥白尼（Kopernik，1473—1543）提出日心说，伽利略（Galileo，1564—1642）提出惯性定律和自由落体定律，人们才开始意识到可以用运动的观点来认识和处理各种几何曲线。解析几何就在这样的背景下应运而生。



笛卡儿轶事

解析几何不是一种新的几何分支，而是几何学的一种方法。例如，圆锥曲线的一些问题也可以通过欧氏几何的方法去解决，但解析几何却可以大大地简化其过程。笛卡儿（Descartes，1596—1650）是 17 世纪一位伟大的数学家与哲学家，他把自己对宇宙、哲学、数学的思考汇集成一部经典的著作——《更好地指导推理和寻求科学真理的方法论》。这部著作末尾附有三个附录，其中的第三个附录题为《几何学》，囊括了笛卡儿对解析几何的重大贡献。

《几何学》分为三个部分，第一部分包括一些对代数式几何的原则的解释，把几何进行了算术化；第二部分论述了曲线的分类方法和曲线切线的做法；第三部分涉及高于二次的方程的解法，引进了现在所谓的“笛卡儿符号规则”。这是笛卡儿的决定性贡献，H.伊夫斯指出：“在解析几何采取现在的高度实用的形式之前，它必须等待代数符号的发展。”此外，《几何学》也是变量数学阶段的第一个关键的著作。恩格斯指出：“数学中的转折点是笛卡儿的变数。有了变数，运动进入了数学。有了变数，辩证法进入了数学。有了变数，微分和积分也就立刻成为必要的了。”

后来人们也把解析几何创立的贡献归功于数学家费马（Fermat，1601—1665）。他在笛卡儿的《几何学》发表以前，就曾在与友人的通信中透露解析几何的观点，并于 1630 年将自己的观点写成了《平面与立体轨迹引论》一书，通过对方程的研究揭示图形的几何性质。

3. 牛顿—莱布尼茨的微积分

早在公元前 5 世纪，芝诺悖论（Zeno's paradox）就曾引发了人们关于无穷小量的思考。阿基米德（Archimedes，公元前 287—公元前 212）也曾利用无穷分割的方法去计算球体体积。但是在阿基米德之后很长一段时间内，没有大的发展。直到 15 世纪后，人们才将阿基米德的手稿引入欧洲，开始了进一步的研究。17 世纪，费马在给友人的信中，提及了计算函数极大值和极小值的方法。

17 世纪末 18 世纪初，牛顿（Newton，1643—1727）发表了一系列著作，包括《自然哲学的数学原理》《光学》《通用算术》《运用级数、流数法等分析学和微分学》《光学讲义》《流数法和无穷级数》。其中一个重要的贡献是流数法，《自然



哲学的数学原理》中的许多重要的定理都是用流数法发现的，并借助古希腊几何重新进行了证明。

1675 年，莱布尼茨（Leibniz，1646—1716）开始使用他独创的微积分的一整套符号，这套符号多数都沿用至今。1684 年，他发表了第一篇关于微积分的论文，引进符号 dx 作为任意有限区间。此后，他又陆续发现了微积分中的许多基本原则，如两个函数乘积的 n 阶导数法则，后被称为莱布尼茨法则。

4. 伽罗瓦的理论

早在古巴比伦时代，人们就已经会解二次方程。16 世纪，三次方程和四次方程的代数解法就已被意大利数学家们所发现，但更高次方程的代数解的情况一直没有进展。19 世纪，挪威数学家阿贝尔（Abel，1802—1829）则对此给出了一个完整的证明。

1830 年，法国数学家伽罗瓦（Galois，1811—1832）发表了一篇关于方程的短文，为未来的伽罗瓦理论奠定了基础。1832 年，伽罗瓦意识到自己将命陨于一场爱情决斗，在决斗前夕以一封信的形式记录了关于群论和方程的伽罗瓦理论。

伽罗瓦理论彻底地解决了高次方程的根式可解问题。他的主要结论归纳为：一个方程根式可解当且仅当它的伽罗瓦群是可解群。伽罗瓦的工作实质上是创立了群的研究，这在当时无疑是非常超前的理论，也成为代数分支在 20 世纪兴起的重要因素。

5. 非欧几何

提到非欧几何，不得不再返回去从古希腊的欧几里得说起。欧几里得《几何原本》中的平行公设不如别的公设简洁，并且没有“自明”的特征，长期以来难以被人们所接受。普莱菲尔（Playfair）、托勒密（Ptolemy）、普罗克鲁斯（Proclus）、勒让德（Legendre）、萨谢利（Saccheri）、兰伯特（Lambert）等人都尝试着用其他公理和公设来证明平行公设，但都不经意间利用了平行公设的等价命题。

虽然证明失败了，但也在无意中获得了平行公设的许多等价命题，也都是有价值的工作。其中，由普莱菲尔发现的等价命题“过直线外一点有且仅有一条直线与已知直线平行”简洁明了，常常被现在的教科书中称为“平行公理”。此外，由勒让德发现的“三角形内角和等于 180° ”这个教科书中耳熟能详的结论，也是平行公设的等价命题。

如果用一个新的假设“过直线外一点有无穷多条直线与已知直线平行”代替欧几里得几何中的平行公设，与其他 9 条公设和公理共同推导，那么就能得到现在所谓的双曲几何。如果用假设“三角形内角和大于 180° ”或“过直线外一点没有直线与已知直线平行”代替平行公设，那么就能得到现在所谓的椭圆几何或球面几何。这两种几何后被称为非欧几何。通常认为这些工作归功于 19 世纪的高斯（Gauss，1777—1855）、罗巴切夫斯基（Lobatchevsky，1796—1852）和鲍耶（John Bolyai，1775—1856）。

高斯在给朋友的信件中讨论过这两种几何的思想。但在当时，非欧几何与人们的现实经验是极不相符的，所以他为了避免引起争论而放弃发表“反欧几里得几何”

的相关文章。罗巴切夫斯基在他的《论几何基础》《具有平行的完全理论的几何新基础》《平行理论的几何研究》等一系列论文中给出了他对非欧几何的研究。鲍耶与前两位数学家几乎同时地、独立地写了一篇题为《绝对空间的科学》的论文，作为附录附在他父亲老鲍耶（Wolfgang Bolyai）的著作《为好学青年的数学原理论著》之中发表。

非欧几何的发现最终解决了关于平行公设的难题，即平行公设独立于欧氏几何的其他假定，不能被证明。除此之外，非欧几何动摇了人们一直以来对几何的传统观念，开创了新的几何学，几何学不再束缚于熟悉的现实经验。只要一个事实是不证自明的真理，且与其他公理是相容的，就能作为探索新几何的理由。

6. 计算机的发展

随着社会的发展，手工、小棍、算筹、算盘等实体工具已经无法满足人类对计算的要求。17世纪，帕斯卡（B. Pascal, 1623—1662）发明了第一台真正的计算机。这个外形像一个长方盒子的装置能够计算加法和减法。1673年，莱布尼茨发明了乘法机。1820年，德利尔玛（Thomas de Colmur）将莱布尼茨所研制的计算机改造成了能做除法和减法的计算机。1822年，英国数学家巴贝奇（Babbage）建造了第一台差分机。这台机器能用26位有效数字，计算精度达到6位小数。1875年，美国人博尔德温（Baldwin）发明了能做四种运算的计算机。1944年，艾肯（Aiken）研制了第一台电动的大型计算机，长约15米，高约2.4米，重31.5吨。1946年，美籍匈牙利科学家冯·诺依曼（John von Neumann, 1903—1957）最新提出存储程序原理，把程序本身当作数据来对待，并在计算机中采用二进制，实现了第一台冯·诺依曼架构的计算机。

“指令和数据一起存储”这个原理被称为计算机发展史上的一个里程碑，标志着电子计算机时代的真正开始。

如今，计算机早已不再拘泥于计算的功能，而是成为了许多行业和家庭必备的产品，并由此发展出软件、互联网、数据分析等众多新兴产业。因此计算机是数学界在20世纪最为瞩目的、最为惊人的发明。

由于本书的目的不是系统地讲解数学史，篇幅所限，因而只能做一些简单的介绍。但是，有一点需要恳请读者注意：无论哪一项重大的数学进展，都不是某一个孤立的人在一个孤立的时刻进行孤立的想象而得到的。在对某个问题有重大突破之前，或某个理论形成之前，必然有许多数学家为它做出过贡献。一些人的努力被埋没在历史的长河里；一些人做出了重要的工作，但不能被当时的人们所理解，直到多年后才被有远见的数学家重新认识；还有人研究出了旁枝末节的数学问题，但没有进一步地研究从而取得重大的突破。

鉴于此，我国《义务教育数学课程标准（2022年版）》这样描述数学的价值：“数学是研究数量关系和空间形式的科学。……数学不仅是运算和推理的工具，还是表达和交流的语言。数学承载着思想和文化，是人类文明的重要组成部分。数学是自然科学的重要基础，在社会科学中发挥着越来越重要的作用，数学的应用渗透到现代



社会的各个方面，直接为社会创造价值，推动社会生产力的发展。”

（二）数学的本质与特征

在中小学数学中，我们通常认为，“数学是研究数量关系和空间形式的科学”。但是恳请读者注意，对这个定义的理解不能停留于表面，需要进行一些思考。例如，现实世界中 有 1, 2, 3, … 吗？没有。现实世界中只有 1 个苹果，2 杯水，3 只羊……现实世界中有点、线、面吗？也没有。现实世界中只有墨点、光线、桌面……数学的任何一个研究对象无法表现为现实世界中的一个实体，而至多可以是脱离了某些实体后抽象出来的数学概念以及它们之间的结构和关系。

在《什么是数学》中，R. 柯朗与 H. 罗宾指出，“世代以来，数学家一直把他们所研究的对象，例如数、点等，看成实实在在的自在之物，但是，准确地描述这些实体的种种努力总是被这些实体自身给否定了。19 世纪的数学家逐渐开始懂得，要问当作实体的这些对象究竟是什么，这是没有意义的，即使有的话也不可能在数学范围内得到解决。所有适合它们的论断都不涉及这些实体的现实，而只说明数学上‘不加定义的对象’之间的相互关系以及它们所遵循的运算法则”。这里的“不加定义的对象”即为抽象出来的数学概念，“相互关系以及它们所遵循的运算法则”即为脱离了实体后的结构和关系。有了这些脱离实体的结构和关系，现实世界中的关于实体的问题就会得到简化。

例如，1 个苹果与 2 个苹果放在一起是 3 个苹果；1 只羊与 2 只羊放在一起是 3 只羊。这本来是两个完全不同的关于实体的问题，但有了数学之后，就可以用同一个数量关系“ $1+2=3$ ”来解决。再如，两根钉子可以在墙上固定一条绳子；一个点光源发射的光线可以有无数条，但经过某固定点的光线只有唯一一条。这两个不同的实体的现象，可以用同一个关于空间形式的结构和关系来解释，即“两点确定一条直线”。所以，所谓“现实世界中的数量关系和空间形式”，是指抽象于现实世界之中，但凌驾于现实世界之上的数量关系和空间形式。基本的数学概念抽象化，这是近代公理化发展中最重要和最丰富的成果。

随着数学科学的发展，数学的研究对象更多地无法由现实世界中抽象出来。例如，素数理论、哥德巴赫猜想、非欧几何等，很难说它们来自于现实世界的哪一部分，更无法寻找其对应哪个特定物质的发展变化。这一点在纯粹数学中体现得尤为明显。总的来说，数学作为一门科学，它的研究对象不是现实世界中看得见摸得着的物质，这是数学与其他科学的一个重要区别。

1. 数学具有高度的抽象性

首先，数学的研究方法具有抽象性。我们知道，自然科学通常采用实证的研究方法，以“眼见为实”作为基本依据。与此不同，数学是一种构造性的活动，是借助定义和推理进行的逻辑建构。在人为地建立一些规则之后，便有了我们所普遍承认的公理公设以及定义系统。在此系统范围内，人们使用抽象的推理和计算，构造出其他数学对象或数学结论。这种规则性和构造性特点决定了数学研究方法的抽象性。

其次,数学的研究对象也体现出数学的抽象性。数学中除了一些基本概念是从生活中的实体提炼出来的,其余大部分概念都只保留了脱离实体后的结构和关系,并在原始概念上形成更加脱离实体的、抽象度更高的概念。例如:有理数、无理数、复数、 n 维空间、无穷维空间等。

此外,数学的抽象性在生活实践中体现出了重要的价值。例如,要在海边修一幢海景别墅,使得别墅到大海的距离等于 500 米。海岸线是一条复杂的曲线,别墅的轮廓也是一个不规则的几何图形。如果考察不规则几何图形到复杂曲线的距离,恐怕修建这座房子很难实现。但是将海岸线抽象成一条直线,将别墅抽象成一个点,问题就很容易解决了。

2. 数学具有逻辑的严谨性

数学的逻辑严谨性体现在数学推理过程与数学结论上。首先,数学推理过程是完全逻辑严密的。其次,数学结论是确定无疑、无可争辩的。

伴随数学的逻辑严谨性而来的重要产物是严谨的数学思维。数学的价值还在于,使人学会不单单用感性思维观察世界,还能用理性思维判断正误。

例如,常常听到有人在严寒的冬天搓着手说“今年冬天好冷”,也有人会说“今年冬天比以往每年都冷”。对于一个数学训练有素的人,他就可能会认为后者不够严谨,有待用历年的温度平均值进行考证。

再如,面对“现如今的教育质量大大下降了”这样的慨叹,受过数学训练的人可能会提出疑问,这种现象是真的吗?哪些指标体现了质量的下降?下降了多少呢?

因此,人的感觉有时候是正确的,但有时候也会欺骗人。这时,数学的逻辑严谨性可以帮助人们理性地思考问题。

3. 数学具有广泛的应用性

姜伯驹院士在讲话中指出:“20 世纪下半叶数学有很大的发展,其中最大的一个发展是应用。”虽然数学的研究对象是非现实的,但由于其本身的抽象性,反倒在很多地方都有应用。我们考察数学的几大分支,都能找到其在生产生活中的应用。

木工工人在切割板材时需要作一些平面几何图形。平面设计工作者在设计封面或壁纸时可能会用到平移、旋转、轴对称。土木工程师在对工程的造价进行估计时需要对立方体、圆台等立体图形的结构和体积了如指掌。测绘工人在测量山高、楼距等时需要利用图形的相似。智能手机或用户安装的百度地图软件,通过放大和缩小,可以获得清晰的地理和地貌信息,此时用到的是相似变换。

银行定期存款、债券、股票、基金等都有一定的利率,客户需要使用幂函数来计算哪种利息更高,哪种投资更适合自己的。消费者购买大额消费品时,可以向银行贷款,再根据自身的经济条件进行小额分期付款。选择贷款种类和还款方式,也需要用到函数的知识。企业高层对企业进行管理时,需要考察投入与产出的关系。如果该企业用 3 种材料同时生产 5 种产品,那么就要用到代数的知识列出矩阵乘法来设计投入产出模型。

2014年巴西世界杯期间，足球彩票让许多球迷和彩迷一度疯狂。有人赢得了百万大奖，有人输得一塌糊涂。其实，要想赢得足彩并非全靠运气。首先，专业的足彩公司会对各参赛队长期以来参加往届比赛中的各项指标进行详细的技术统计，如进球数、罚球数、技术犯规次数等。在已有数据的基础上建立数学模型，如凯利指数等。依据类似的模型，彩迷就能对某队赢得某场比赛的概率进行预估，此时再决定如何下注，中奖的概率就会大很多。

天气预报中利用的也是统计分析。根据对某地过去多年的数据分析，气象局认为地形、海陆位置、洋流、纬度等指标能够决定降雨量的大小，并能预估出降雨量如何由这些指标决定的数学模型，常常能准确地预报是否下雨。

正是由于数学的三大特征，使得数学具有了无比重要的价值。数学像空气一样，“处处不在”，又“无处不在”。在数学与科学迅速发展的今天，数学不但可以通过其他科学发挥作用，其自身也开始直接发挥作用。人们不但可以将数学知识运用于生产生活，也可以将数学思维贯穿于解决问题的始末。数学正在以意想不到的速度在广阔的天地中发挥着重要的价值。

【拓展阅读】

数学的定义

1964年莫斯科出版的《哲学百科全书Ⅲ》对数学给出定义：“数学……是一门撇开内容只研究形式和关系的科学。数学的首要和本质的对象，是数量的和空间的形式及关系……除了数量的和空间的形式和关系以外，数学中还研究其他关系和形式。例如，在数理逻辑中研究逻辑推理的形式；在几何学中研究 n 维空间；这当然不是‘空间形式’这个词一般意义上的空间形式。但在客观现实中仍然有它们的形象……一般说来，数学的对象可以包括客观现实中的任何形式和关系，只要这些形式和关系客观上能如此独立于它们的内容，既能完全撇开具体内容，而又能十分精确地表达它们的概念，能保留丰富的联系，因而能给纯逻辑的发展理论奠定基础。此外，数学中不仅研究直接从客观现实中抽象出来的形式和关系，还研究逻辑上可能的，在已知的形式和关系的基础上确定的形式和关系……数学可以定义为关于逻辑上可能的、纯粹的形式科学，或者说是关于关系系统的科学。因为形式就是一个整体的各个部分之间的关系系统，而关系在数学中则总被当作任何抽象客体之间的关系系统。”

三、作为学科的数学

学校课程中选择数学领域中的某些课题作为不同阶段教育学生的素材时，数学就成为一门学科。数学作为一门学科，与它作为科学，既有联系又有区别。我们先看个

例子，“圆的周长”（表 1-1-1）。

表 1-1-1 圆的周长

数学科学	数学学科
定义 圆的周长与直径的比值叫作圆周率，常用符号 π 来表示，它是一个固定的数。 定理 圆的周长（C）等于圆的直径（d）乘圆周率（π）之积，即 $C=\pi d$。 证明：根据圆周率的定义，可知 $\pi=C:d$。 由此，易得 $C=\pi d$	在现实生活中，我们常常会遇到圆周长的问题。根据生活经验，我们发现：圆越大，周长越大（直径越长，周长越长）。 那么，圆的周长和直径之间到底存在什么关系呢？我们找出一些圆形的物品，分别量出它们的周长和直径，计算出周长与直径的比值，看看你有什么发现。 我们发现，圆的周长和直径的比值是一个固定的数，我们把它叫作圆周率，用字母 π 表示。圆周率是一个无限不循环小数，$\pi=3.1415926535\cdots$。但在实际计算中，我们常取近似值，例如 $\pi\approx3.14$。 如果用 C 表示圆的周长，d 表示圆的直径，r 表示圆的半径，就有 $C=\pi d$ 或者 $C=2\pi r$

从这个例子中，我们可以略观数学学科与数学科学的差异之处与共同之处。

（一）数学学科与数学科学的差异

首先，从数学的知识体系来看，作为科学的数学是完整的，独立于任何人、任何知识结构而存在的，有特定的知识和思想体系；作为学科的数学则是在保证科学性的前提下，为满足某一特殊人群的特殊需要，根据其经验、背景、知识和能力结构，经过人为地加工和提炼而专门设计的一套知识和思想体系。在成为一门科学之前，数学经历了很长的历史，从人类建立最基本的数学概念时期开始一直到现在，不断有新鲜的成果加入，并逐步出现了详细的分支，形成一整套丰富的知识体系。它汇聚了无数先人的智慧，甚至耗尽了一些数学家毕生的心血。然而，当数学作为一门学科时，若把这套丰富的知识体系完完整整地讲给每个学生，根本没有实现的可能性，也没有必要这样做。因而需要针对学生的年龄、兴趣、已有的知识结构，从科学的数学知识体系中提取出所需的数学，并进行重新的设计和编排，形成适合该学生群体所需的知识体系。

其次，从数学与生活实践的关系来看，作为科学的数学自成系统，与生活实践无关；作为学科的数学可以与生活实践、与其他学科有着紧密的联系。若将《几何原本》看成是平面几何这门科学的一个蓝本，其中所研究的几何对象都是生活中根本不存在的点、直线、圆、多边形等。当把它经过改编搬上教科书后，这些研究对象获得了生活实践中的一些解释和应用。这是因为，学生的认知来源于生活实践，利用生活实践可以帮助学生更好地理解数学。但真正的数学上的正确性还是要到作为科学的数学中去寻找，与生活实践毫无关系。

再次，从数学活动的过程来看，作为科学的数学是在对前人构建的知识体系有所了解的前提下，完全独立地进行探索、发现、创造的活动过程，这个活动过程强调一定的创新性；作为学科的数学是学生在教师的引导帮助下，模仿探索、发现和创造的活动过程，这个活动过程有一定的目的性。21 世纪是一个需要创新型人才的时代，数

学作为一门学科是培养创新型人才的绝佳载体。虽然不可能让学生经历每个数学成果发现的过程，但是利用设计好的课程，在有限的资源内，让学生模仿数学家的发现和创造的过程，就能够让学生亲身地经历和体会作为科学的数学的某些创造过程。

最后，从数学活动的目的来看，作为科学的数学是为了发现和创造新的数学结果；作为学科的数学是为了使学生接受已经发现的数学，一方面培养学生的数学思维，另一方面为发现和创造新的数学做准备。

（二）数学学科与数学科学的联系

除了区别之外，作为学科的数学与作为科学的数学也存在着一一定的联系。在欧几里得《几何原本》的成书过程中，欧几里得本人既是一名学习者，又是一名创造者。这体现出数学作为一门学科与科学的联系，即二者的行为主体可以是统一的。主体可以通过学习已有的数学，在一定的经验的基础上创造新的数学；也可以在创造的过程中，学习所需要的数学。一个勇于发现问题的小学生可能迸发出创造的火花，一名论文多产的数学家也可能需要不断学习已有的数学知识。

数学作为一门学科与科学的联系，还体现在它们都具有完备的、一致的、简洁的公理体系。数学作为科学，不依赖于生活实践和其他学科而成立，正是因为它有自身完备的、一致的公理体系。由给定的前提条件，可以不断创造出该公理体系下的正确的数学结论。至于其简洁性，是在人们的继续研究中不断得到优化的。将作为科学的数学进行提取和改造，成为适合某特定人群的学科后，必然删减或改变掉了许多原汁原味的数学。但是无论怎样删改，必须保留使整个学科中所有命题成立的前提，即公理体系。这套公理体系首先应当是完备的，由它可以推导出学科中其他所需的所有命题；其次应该是一致的，不应该有相互矛盾的命题出现；最后我们期望它是简洁的，是学生容易理解和接受的。

由于数学作为学科与它作为科学有一定的联系，也有着巨大的区别，因而当教师在讲授数学时，应当注意到这些联系和区别。依据不同的教学目的，合理地选择教科书和教学方法，以期达到最好的教学效果。

鉴于此，我国《义务教育数学课程标准（2022年版）》这样描述作为学科的数学：“数学在形成人的理性思维、科学精神和促进个人智力发展中发挥着不可替代的作用。数学素养是现代社会每一个公民应当具备的基本素养。数学教育承载着落实立德树人根本任务、实施素质教育的功能。”

任务二 认识数学教育

◆ 学习目标

1. 了解国际数学教育改革的百年动态。
2. 理解我国小学数学教育发展历程。

3. 了解小学数学教育改革的发展趋势。

◆ 学习任务

选择一个数学主题（比例、统计与概率等），查阅我国历次教学大纲和课程标准或者小学教材，分析该主题在我国小学数学教育中的演变情况。

一、百年国际数学教育改革

影响数学教育的因素主要表现在三个方面，即数学的发展、儿童的发展和社会的需要。学校教育要为社会发展服务，要为社会培养合格的人才，必然要考虑社会发展的需要，根据社会当前发展的状况有一定前瞻性地设置教育目标和内容。同时，数学教育要考虑儿童现阶段的认知水平和将来发展的方向，有步骤、有计划地向儿童传授基础的数学内容、培养儿童基本的数学能力和共通能力。此外，数学教育的素材是数学，它的内容在不断发展和根据社会的发展而更新，因而数学教育的内容也需要适当更新，才能满足儿童进一步学习和生活的需要。

（一）贝利—克莱因运动

第一次国际数学教育改革发生在 20 世纪初，史称“贝利—克莱因”运动，一直延续到第二次世界大战才结束。

1901 年，英国数学家贝利（J. Perry）在英国科学促进会发表著名演讲“数学教学”，提出“数学教育应该面向大众”“数学教育必须重视应用”的改革指导思想。在数学教学内容上，贝利主张摆脱欧氏几何的束缚，重视实验几何，重视各种实际测量与近似计算，充分利用坐标纸，多教立体几何，更多地利用几何知识，尽早讲授微积分等。贝利将数学教学原则概括为七条：培养高尚的情操，唤起求知的喜悦；以数学为工具，学习物理学；为了考试合格；给学生已运用自如的智力工具；认识独立思考的重要性，从权威的束缚中解放自己；使应用科学家认识到数学原理是科学的基础；提供有魅力的逻辑力量，防止单纯从抽象的立场研究问题。

1905 年，德国著名数学家 F. 克莱因（F. Klein）起草的《数学教学要目》指出：数学教学内容选择和安排要适合儿童心理的自然发展；整合数学各个分支学科，密切数学和其他科学的联系；重视数学应用，不过分强调数学的形式训练；以函数和空间观察能力作为数学教学的基础。该要目被称为“米兰大纲”，成为当时各国都推崇的典范，其思想影响了整个 20 世纪的数学教育。1908 年，国际数学教育委员会（ICMI）成立，克莱因任第一任主席。他就当时小学数学教育改革提出了基本主张：提高几何在小学算术课程中的作用；改变教科书中应用题的性质，使应用题密切联系生活实际；提高算术教学中直观性的作用。

（二）新数运动

第二次国际数学教育改革发生在 20 世纪中叶，史称“新数运动”。第二次世界大



战结束后，世界进入了冷战时期。1957年，苏联的第一颗人造卫星上天，引起世界震惊，促使人们以新的眼光去认识技术发展的需要和教育改革的关系，尤其是注意了数学教育的改革问题。

此次数学教育改革的主要任务是培养数学家、科学家，属于“精英教育”，提倡发现学习，要求学生尽可能地像一名数学家那样，不仅使用他的工具，还要以自己的眼光来看待问题；不仅体验自己的研究成果，还要体验从事数学活动的快乐。在教育目标上，把科学方法，如“探究”“问题解决”“发现法”等作为主要目标，提出数学课程“不仅要反映出知识本身的性质，而且要反映出理解知识和获得知识的过程的性质”。

20世纪50年代末，以美国为首的许多国家积极地开展了中小学数学教育现代化的试验，一时出现了许多新大纲、新教材、新方法，种类繁多，各有特色。它们的共同特点是：结构化—统一化，以集合—关系映射—运算—群—环—域—向量空间的代数结构为主轴，把中学数学内容统一起来；公理化—抽象化，把集合论初步和几何公理化引入教材；现代化—通俗化，大量收入现代数学内容和数学符号，利用生活现象为模型帮助学生理解；几何代数化，打破欧几里得几何体系，轻视几何，重视代数，用各种方式取代欧氏几何；传统数学精简化，增加近、现代数学知识、观点和方法，精简传统内容；教学方法多样化，研究电化教学、程序教学和个体教学，提倡发现法，教法趋向多样化。

（三）大众数学教育

第三次国际数学教育改革从20世纪80年代初开始一直延续至今，被称为“大众数学教育”时期。随着社会的进步和教育的普及，基础教育的目的发生了变化：教育以学生发展为本，为学生提供今后发展和接受继续教育的基础。同时，科学技术的迅猛发展、信息技术在日常生活中的广泛使用，要求公民能够更加深入地理解数学并具备一定的数学素养。

这次改革的指导思想是“大众教育”，数学教育旨在发展学生的数学素养，促进学生自主地、主动地学习数学，提高教学质量。在对数学素养内涵的理解上，将过去的“理解数学的概念和原理；理解数学的探究过程；理解数学与一般文化的关系”发展为“理解数学的本质、数学的价值等；了解数学发展的历史；理解数学与社会的关系；强调解决问题的能力”。

从国际范围看，本次数学教育改革的重点在课程目标和指导思想上，具体体现在：关注基础，学校数学教育主要向学生传授数学的基础知识与基本技能，发展学生的基本能力和从数学的角度提出和解决问题的能力；问题解决为学校数学教学核心的思想，包括解决数学问题和解决实际问题；强调数学知识的应用性，关注数学和现实生活的联系；教学实施过程中关注灵活性，强调满足学生的兴趣爱好，增加多样性和选择性；强调探究式学习、合作式学习的学习方式，引导学生积极主动地探究和解决问题。

二、我国小学数学教育发展历程

中华人民共和国成立以来,数学教育的发展经历了很曲折的过程。不同的学者根据经历和认识的不同,会把它划分为不同的历史阶段。本书根据周玉仁教授的看法,将中华人民共和国成立 70 多年以来的数学教育按 15 年左右为一段,共划分为五个历史阶段。现将每个阶段概括介绍如下,感兴趣的读者可以参阅相关资料,更好地理解这部分内容。

(一) 我国数学教育的初建时期

1949 年到 1952 年,我国处于过渡时期,小学数学教育也是如此。1950 年,中央人民政府颁布了《小学算术课程暂行标准(草案)》,该标准成为中华人民共和国成立以来第一个数学教学的指导性文件。在该标准的指引下,小学数学以传统算术为主,并增加密切结合实际的内容,如百分数中的储蓄、赚赔、纳税、交公粮等,在统计中有合作社经营、盈利处理等。然而,该标准并没有完全付诸实施,因为缺乏相应的算术课本。

1952 年到 1957 年为学习苏联时期,以 1952 年颁布的《小学算术教学大纲(草案)》和 1956 年颁布的《小学算术大纲(修订草案)》为代表。这一阶段重视计算能力的培养和发展空间观念。教学内容主要有整数四则运算,复名数四则运算,直观几何知识,分数、小数、百分率的运算和应用题。这段时期主要以传授知识为主,教学以教师为中心,教师按“五环节”模式进行教学,即“组织教学—导入新课—讲授新课—巩固练习—布置作业”。我国数学教育体系在这一时期初步形成。

20 世纪 50 年代末期,全国掀起了群众性的教育革命的热潮。1958 年中共中央提出“教育为无产阶级政治服务,教育与生产劳动相结合”的教育方针和“教育必须改革”的号召。1958 年教育部颁发《关于算术课临时措施问题的通知》,将原来初一年级系统学习的算术内容调整到小学。

在 1960 年 2 月的中国数学会第二次代表大会上,北京师范大学数学系中小学数学教育改革研究小组建议:①数学教学体系必须为社会主义服务,特别是为现代化生产和尖端科学技术服务;②数学教材必须有严谨的理论体系,尽量做到数与形的结合,概念与计算的结合;③数学教材的分量和难易程度应符合学生的学习水平和认识能力发展的客观过程,概念尽量从实际引入,由具体到抽象,由浅入深。

(二) “调整—巩固—充实—提高”时期

1961 年,国家已经认识到我国教育上的问题,开始从正反两方面总结我国教育的经验。同年 10 月制定的《全日制小学数学教学大纲(草案)》提出了确定教学内容的基本原则:①必须选择算术、代数、几何、平面三角、平面解析几何各科中主要方面的基本知识,使学生既全面又有重点地掌握数学的基本知识和基本技能;②适当增加在近代科学技术上广泛应用的数学知识,如函数的知识应特别加强,近似计算、概率、视图等知识应适当介绍;③注意与高等学校的学科衔接,如关于极限的概念在中学就



应当引入，并长期培养；④必须注意反映我国数学的优良传统和成就。

1963年，人民教育出版社编制了《全日制小学数学教学大纲（草案）》，明确规定了小学数学教育的目的，主要表现在：使学生牢固掌握算术和珠算的基础知识；培养学生正确地、迅速地进行计算的能力，能正确地解答应用题的能力；具有初步的逻辑推理能力和空间观念。该大纲突出的特色是提出培养学生的“双基”和三大“能力”，即在传授基础知识和基本技能的同时，培养学生正确而且迅速的计算能力、逻辑推理能力和空间想象能力。同时，该大纲还科学合理地调整了教学内容：将原来初中的算术调整到小学，小学学习算术的基础内容；整数的学习分为四个环节，即20以内、100以内、1万以内和1亿以内；同时要求教材的编写应当遵循数形结合原则和集中与分散相结合的原则。

客观地说，这段时期的数学教育具有以下特点：重视双基，强调知识的系统性；比较注意儿童的接受能力，教学方法比较灵活；有的地方分得太细，比如应用题要求抓关键词、分类型，也容易造成两极分化。总的来讲，该阶段比较好地稳定了教学秩序、提高了教学质量。

（三）数学教育的面向现代化时期

1978年以来，我国数学教育开始了“面向世界、面向未来和面向现代化”的探索与实践。1978年制订了《全日制十年制学校数学教学大纲》，提出了“精选、增加、渗透”的六字方针，即精选传统算术内容，适当增加代数与几何的部分内容，适当渗透一些现代数学思想。该大纲确定了小学数学的教学目的：理解和掌握数量关系和空间形式的基础知识；正确迅速地进行整数、分数、小数的四则运算，初步了解现代数学的基本思想，具有初步的逻辑思维能力和空间观念，并能运用所学知识解决简单问题；结合教学内容对学生进行思想政治教育。

由于当时小学是五年制，教材也做了相应调整，尽量反映现代科学文化的水平，并符合中国的现阶段实际情况。比如小学增加了代数的初步知识，将简易方程 $ax \pm b = c$ 引入小学数学。也就是在这个时候，小学教材《算术》改为《数学》。在实际操作过程中，教学内容又进行了微调。比如各地反映正负数的四则运算比较难，1984年教育部删掉了这一内容，并重新调整教材，出版了五年制、六年制两套教材供各地选择适用。

1986年，教育部颁布《全日制小学数学教学大纲》，对1978年的大纲进行了修订，这是中华人民共和国成立以来首部正式大纲。其特点主要体现在：指导思想明确，即小学数学是基础教育的重要学科，要培养学生的数学兴趣与良好学习习惯，培养有理想、有道德、有文化、有纪律的社会主义公民；突出发展智力与培养能力；适当降低教学要求，去掉原来的初步了解现代数学的某些最简单的思想；教学灵活，强调数学教学要关注学生，尽量采用启发式的教学方法让学生积极主动学习；内容灵活，明确分为五年制小学和六年制小学，适用不同地区的数学教学。

（四）数学教育的义务教育时期

1985年，中央决定有步骤地实施义务教育，颁布了《义务教育法》，实行九年制义务教育。1992年，教育部颁布的《全日制义务教育小学数学教学大纲（实验稿）》指出数学教育的目的：使学生理解、掌握数量关系和几何图形的最基础的知识；使学生具有进行整数、小数、分数四则计算的能力，培养初步的逻辑思维能力和空间观念，能够运用所学的知识解决简单的实际问题；使学生受到思想品德教育。

2000年，《全日制义务教育小学数学教学大纲（修订稿）》颁布施行，规定数学教育的目的：①使学生理解、掌握数量关系和几何图形的最基础的知识；②使学生具有进行整数、小数、分数四则计算的能力，培养初步的思维能力和空间观念，能够探索和解决简单的实际问题；③使学生具有学习数学的兴趣，树立学好数学的信心，受到思想品德教育。

总的来讲，这一时期的数学教育面向全体适龄儿童，在大面积提高教学质量的同时，没有增加学生的学习负担。数学教学大纲的特点是：有增有减，以删为主；分层要求，体现弹性。例如：随着现代计算工具的发展与使用，精简大数计算和比较复杂的四则混合运算；降低应用题难度，并强调应用题要注意联系学生的生活实际；增加代数、统计知识，把简易方程扩大到 $ax \pm bx = c$ ，加强“收集数据与分类整理”内容。同时，根据我国各地区经济与文化发展差异，将教学内容分为“绝大部分为必学，极少内容只学不考，还有部分内容作为选学”三个基本层次。

（五）数学教育的大众化时期

21世纪初，在世界教育改革的大背景下，我国于2001年颁布了《基础教育课程改革纲要（试行）》。该纲要指出了基础教育课程改革的具体目标：改变课程过于注重知识传授的倾向，强调形成积极主动的学习态度；改变课程结构过于强调学科本位、科目过多和缺乏整合的现状，整体设置九年一贯的课程门类和课时比例；改变课程内容“难、繁、偏、旧”和过于注重书本知识的现状，加强课程内容与学生生活以及现代社会和科技发展的联系，关注学生的学习兴趣和经验，精选终身学习必备的基础知识和技能；改变课程实施过于强调接受学习、死记硬背、机械训练的现状，倡导学生主动参与、乐于探究、勤于动手，培养学生搜集和处理信息的能力、获取新知识的能力、分析和解决问题的能力以及交流与合作的能力；改变课程评价过分强调甄别与选拔的功能，发挥评价促进学生发展、教师提高和改进教学实践的功能；改变课程管理过于集中的状况，实行国家、地方、学校三级课程管理，增强课程对地方、学校及学生的适应性。

在该纲要的指引下，教育部于2001年制定《全日制义务教育数学课程标准（实验稿）》，开始新一轮基础教育改革。该标准调整了2000年小学大纲的内容：①增加了“视图”“方向与位置”的基础内容；②增加了“图形与变换”的基础内容，包括平移、旋转、对称和放缩等内容；③精简了整数的多位数运算内容，删掉了珠算，增加了负数的初步认识和用字母表示数等内容；④增加了概率论的初步认识。



2010 年，国家颁布《国家中长期教育改革和规划纲要》（2010—2020 年），指出国家中长期教育改革和发展的指导思想、教育方针和宏观规划等。在其指引下，教育部对 2001 年版课程标准进行了修订，并于 2012 年初颁布了《义务教育数学课程标准（2011 年版）》。

2011 年版课标明确规定了我国现阶段数学课程的性质，“义务教育阶段的数学课程是培养公民素质的基础课程，具有基础性、普及性和发展性。数学课程能使学生掌握必备的基础知识和基本技能；培养学生的抽象思维和推理能力；培养学生的创新意识和实践能力；促进学生在情感、态度与价值观等方面的发展。义务教育的数学课程能为学生未来生活、工作和学习奠定重要的基础。”

2011 年版课标在理念上的变化在于，指出了义务教育阶段的数学课程要面向全体学生，适应学生个性发展的需要，使得：人人都能获得良好的数学教育，不同的人在数学上得到不同的发展。课程“总目标”主要的变化在于：在原来培养学生分析和解决问题能力的基础上，增加发现与提出数学问题的能力；将双基拓展为四基，即在原来基础知识和基本技能的基础上，增加基本活动经验和基本思想方法。

随着我国义务教育全面普及，教育需求从“有学上”转向“上好学”，必须进一步明确“培养什么人、怎样培养人、为谁培养人”，优化学校育人蓝图。习近平总书记在党的二十大报告中指出，“实施科教兴国战略，强化现代化建设人才支撑”“办好人民满意的教育”“坚持以人民为中心发展教育，加快建设高质量教育体系，发展素质教育，促进教育公平”。习近平总书记多次强调，课程教材要发挥培根铸魂、启智增慧的作用。我们的义务教育要培养新时代有理想、有本领、有担当的时代新人，培养德智体美劳全面发展的社会主义建设者和接班人，要坚定理想信念、厚植爱国主义情怀、加强品德修养、增长知识见识、培养奋斗精神和增强综合素质。基于此，教育部组织专家对课程标准进行修订，并于 2022 年 4 月 21 日颁布了《义务教育数学课程标准（2022 年版）》（以下简称“《课程标准》”，将在项目二中进行详细介绍）。

《课程标准》以习近平新时代中国特色社会主义思想为指导，全面贯彻党的教育方针，遵循教育教学规律，落实立德树人根本任务，发展素质教育。聚焦中国学生发展核心素养，培养学生适应未来发展的正确价值观、必备品格和关键能力，引导学生明确人生发展方向，成长为德智体美劳全面发展的社会主义建设者和接班人。《课程标准》既注重继承我国课程建设的成功经验，也充分借鉴国际先进教育理念，进一步深化课程改革。强化课程综合性和实践性，推动育人方式变革，着力发展学生核心素养。

三、小学数学教育的发展趋势

回顾我国数学教育 70 多年来的发展过程，尤其是改革开放 40 多年来，我国的小学数学教育取得了比较大的发展。我国已经建立了一套比较科学的、严密的课程体系，已经形成了具有自身特色的数学教材，已经具备了具有中国传统的数学教学模式和经验。在新的历史发展时期，小学数学教育未来的发展趋势终将越来越符合教育原本的目标，即让学生获得学习能力和发展数学思维。

（一）重视培育核心素养

2016年9月13日，中国学生发展核心素养研究成果发布。学生发展核心素养，主要指学生应具备的，能够适应终身发展和社会发展需要的必备品格和关键能力。2019年6月23日，中共中央、国务院颁布实施的《关于深化教育教学改革全面提高义务教育质量的意见》明确指出，坚持以习近平新时代中国特色社会主义思想为指导，全面贯彻党的教育方针，落实立德树人根本任务，遵循教育规律，强化教师队伍基础作用，围绕凝聚人心、完善人格、开发人力、培育人才、造福人民的工作目标，发展素质教育，培养德智体美劳全面发展的社会主义建设者和接班人。可见，实施素质教育、发展学生核心素养，成为中国乃至世界各国数学教育的重要目标之一。

（二）重视问题情境性

在问题情境的引导下，容易激发学生对所学知识有进一步探究的兴趣。回答一个未知的问题，需要先了解自己“要解决什么”“知道什么”“还需要了解什么”。这样，学生对之前所掌握的知识会有所回顾，对未来要掌握的知识有一定的目的性。问题情境与课后习题有一定的区别。课后习题是为了使学生熟练和巩固课堂知识而设置，具有一定的练习性；而问题情境有一定的探索性，必须经过思考或学习新知才能得以解决。

（三）重视学生的主体性

小学数学教育的目标不单单是学习知识，更多地是为了让学生掌握学习的能力。因而教师不能在数学教育中过分地体现其权威性，导致学生只认可教师所讲的内容，而不主动地自我探究。要充分利用好数学活动，在活动中关注学生的主体性。对于学生在数学活动中出现的各种自然的、但又有错误的认识，不能靠权威地直接打压，而是需要有方法地疏导，否则也会降低学生学习的积极性。

（四）重视推理的因果性

在小学数学教育中，现在有一种普遍的观念是：孩子太小了，数学推理太复杂了，因而告诉他“是什么”就够了，不用告诉他“为什么”。这种观念会导致教育质量大打折扣。因为有的时候“是什么”只能解决某一种类型的问题，学生下一次遇到相同类型但表述不同的问题可能又茫然不知所措。但“为什么”则可以帮助学生解决许多类似的问题，可以举一反三。

总之，儿童是我们的希望，儿童的发展是我们未来的发展。今天的数学教育是为了儿童明天更好地发展。我们期望，我们的数学教育“给学生一双明亮的眼睛，让他更好地观察世界！给学生一颗睿智的大脑，让他更好地思考问题！给学生一双灵巧的双手，让他更好地创造未来”。因此，数学教育要向学生传递知识，培养学生的思维，发展学生的能力和增长学生的智慧。同时要重视数学学科德育，要重视数学的思想和优秀数学家的事迹在学生锤炼品格、学习知识、创新思维和奉献祖国方面的重要价值。正如习近平总书记在党的二十大报告中强调的那样“育人的根本在于立

德”“培养造就大批德才兼备的高素质人才，是国家和民族长远发展大计”。作为未来的人民教师，我们要敢于承担中华民族伟大复兴的大任，始终牢记为党育人、为国育才的光荣使命，承担数学教育立德树人、培根铸魂、启智润心的历史责任，争当党和人民满意的“四有”好老师。

【拓展阅读】

提升智育水平，优化教学方式

着力培养认知能力，促进思维发展，激发创新意识。严格按照国家课程方案和课程标准实施教学，确保学生达到国家规定的学业质量标准。充分发挥教师的主导作用，引导教师深入理解学科特点、知识结构、思想方法，科学把握学生认知规律，上好每一堂课。突出学生主体地位，注重保护学生的好奇心、想象力、求知欲，激发学生的学习兴趣，提高学生的学习能力。加强科学教育和实验教学，广泛开展多种形式的读书活动。各地要加强监测和督导，坚决防止学生学业负担过重。

坚持教学相长，注重启发式、互动式、探究式教学，教师课前要指导学生做好预习，课上要讲清重点难点、知识体系，引导学生主动思考、积极提问、自主探究。融合运用传统与现代技术手段，重视情境教学；探索基于学科的课程综合化教学，开展研究型、项目化、合作式学习。精准分析学情，重视差异化教学和个别化指导。各地要定期开展聚焦课堂教学质量的主题活动，注重培育、遴选和推广优秀教学模式、教学案例。

项目检测

小学数学教育目标的演变

搜集中华人民共和国成立以来历次小学数学教学大纲和数学课程标准，认真阅读并摘录其中的“教学目标”和“课程总目标”。

具体要求：

1. 按年代整理“教学目标”和“课程总目标”，并对其进行分析和阶段划分，提炼出各阶段的特点。
2. 把你整理的“教学目标”和“课程总目标”的阶段划分和阶段特点做成 PPT，6 个同学组成一个小组，在组内进行交流汇报，看看谁的划分更合理。