河南省“十四五”普通高等教育规划教材

大学物理

DAXUE WULI

—— 上册 ——

主　编　刘奎立　周思华

大学物理
上册
主编 刘奎立 周思华
北京出版集团
北京出版社

北京出版集团
北京出版社

图书在版编目（CIP）数据

大学物理：全 2 册 / 刘奎立，周思华主编. -- 北京：北京出版社，2020.9（2024 重印）

ISBN 978-7-200-13179-6

Ⅰ. ①大… Ⅱ. ①刘… ②周… Ⅲ. ①物理学—高等学校—教材 Ⅳ. ① 04

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2017）第 175556 号

大学物理：全 2 册

DAXUE WULI QUANERCE

主　编：刘奎立　周思华

出　版：北京出版集团
　　　　北 京 出 版 社
地　址：北京北三环中路 6 号
邮　编：100120
网　址：www.bph.com.cn
总发行：北京出版集团
经　销：新华书店
印　刷：定州启航印刷有限公司
版　次：2020 年 9 月第 1 版　2023 年 1 月修订　2024 年 1 月第 3 次印刷
开　本：787 毫米 ×1092 毫米　1/16
印　张：26.5
字　数：500 千字
书　号：ISBN 978-7-200-13179-6
定　价：72.00 元（全 2 册）

质量监督电话：010-82685218　010-58572341　010-58572393

目　录

第三篇　电磁学

第一篇

力　学

力学是研究物体机械运动的科学。 一个物体相对于另一个物体的位置随着时间变化的过程称为机械运动。 这是自然界中最简单、最基本的运动形态。 物体的运动形式多种多样: 有的沿直线运动，有的沿曲线运动；有的在同一平面上运动，有的不在同一平面上运动；有的运动得快，有的运动得慢。 不同形式的运动中，匀速直线运动是最简单的机械运动。

自然界物质有多种层次，有宇观的宇宙体系，宏观的天体和常规物体，细观的颗粒、纤维、晶体，微观的分子、原子、基本粒子等。 我们通常理解的力学以研究天然的或人工的宏观对象为主，随着科学的发展以及学科间的互相渗透，力学逐渐涉及宇观或介观甚至微观层次中的对象。

力学是人们在生产实践和科学实验的基础上逐渐发展起来的。 由于在日常生活和生产实践中无处不接触到机械运动，因此人们很早以前就已经积累了相当丰富的力学知识。 力学是最古老的学科之一。 我国墨翟（公元前 468—前 376 年）在《墨经》一书中，就对力的概念、杠杆原理等作了科学的阐述。 16 世纪到 17 世纪间，力学开始发展为一门独立的、系统的学科。 在力学的发展过程中，伽利略最早阐明了自由落体运动的规律，给出加速度的概念，提出并用惯性定律解释了地面的物体及天体的运动规律。 17 世纪末，牛顿继承和发展了前人的研究成果，提出力学运动三条基本定律，使经典力学形成系统的理论。 牛顿三定律和万有引力定律成功解释了地球上的落体运动规律和行星的运动轨道，伽利略和牛顿奠定了动力学的基础。 此后两个世纪，在很多科学家的研究与推广下，经典力学最终成为一门具有完善理论的学科。

经典力学通常是物理学学习的起点，其以牛顿运动定律为基础，在宏观世界和低速状态下研究物体运动的规律和变化原因。 本篇分为质点运动学、质点动力学和刚体力学三部分。 第一章着重讲述质点运动的描述方法；第二章重点阐明牛顿运动三大定律、动量定理、功能原理以及动量和机械能守恒定律；第三章主要研究刚体运动，主要包括刚体定轴转动动能及机械能守恒定律以及角动量守恒定理。

第一章　质点运动学

力是改变物体运动状态的原因，物体运动状态的变化与作用力密不可分。本章我们先不考虑力和物体运动变化之间的因果关系，只着眼于物体运动的情况，研究物体空间位置随时间变化的数学描述。本章主要内容为直线运动的速度、加速度，曲线运动的角速度、角加速度、切向加速度和法向加速度的描述，以及用微积分求运动量或运动方程的方法。

第一节　质点　参考系　坐标系　物理模型

一、质点

任何物体都有质量、大小、形状和内部结构，且当物体运动时，其上各点的运动状态也是各不相同的。我们在研究问题时，如果物体的大小、形状不起作用或者起次要作用而可以忽略其影响，我们就可以不考虑物体自身的大小，而把它看作一个有质量但大小或形状可以忽略的理想物体，我们称之为质点。质点只占有位置，不占有空间，具有它所代替的物体的全部质量。例如，研究地球绕太阳公转时，可以将地球看作质点，因为地球的大小和形状在我们研究的问题中不起作用，可以忽略，就相当于一个小点绕着太阳这个大球运动$\left(\dfrac{R_{ES}}{R_E}=\dfrac{1.5\times10^{11}\ \mathrm{m}}{6.4\times10^{6}\ \mathrm{m}}\approx2.3\times10^{4}\gg1\right)$；但研究地球自转时，就要考虑地球大小和形状对运动规律的影响，不能把地球看作质点（由 $v=\omega R$ 可知，地球不同位置的线速度往往是不一样的）。（图 1－1）

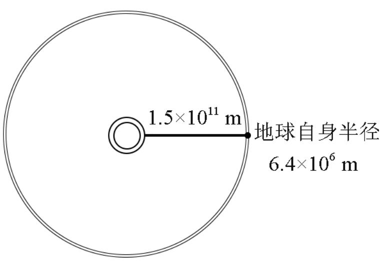

图 1－1　地球公转示意图

实际物体总是有质量和大小的，不是真正的质点，另外，物体受力总是要发生形变的。质点是在对复杂的实际问题进行全面分析的基础上在一定条件下建立的基本物理模型。它保留了实际物体的主要特征，忽略了次要因素，这是物理中常用的抽象研究问

题的思维方法。

有些实际问题中虽不能把物体视为质点，但可以把它看作由许多个质点组成的集合体，通过研究其中质点的运动规律，就可以进一步获取整个物体的运动规律。因此，研究质点的运动规律是研究一般物体运动规律的基础。

二、参考系

自然界中所有的物体都在不停地运动。运动是绝对的，绝对静止的物体是不存在的，运动是物质的固有属性，运动和物质是不可分割的，这就是运动的绝对性。例如，相对于地球静止的树木随地球一起以 3.0×10^4 m/s 的速度绕太阳运动，而太阳又以 2.5×10^5 m/s 的速度在银河系中运动。但是实际对运动的描述却是相对的，在确定研究对象的位置时，必须选定另一个标准物体（或相对静止的几个物体）作为基准，然后再研究这个运动物体相对于参考物体是如何运动的。这个被选作标准的物体或物体群称为参考系。

例如，人坐在匀速行使的汽车上，在车厢内手举一个小球，松手后，车上的人认为小球在做自由落体运动，而路边的人则看到小球是在做平抛运动。这是因为车上的人以车为参考系，而路边的人以地面为参考系，他们分别选择了不同的参考系，所以对小球运动的观察所得到的结论自然也就不同了。

从上述举例可知，运动的描述是相对的，参考系的选择也可以是任意的。但我们选择参考系时，应以观察方便和使运动的描述尽可能简单为原则。例如，在研究星际火箭刚发射时，主要研究它相对于地面的运动，所以把地球选作参照物，但是，当火箭进入绕太阳运行的轨道时，为研究方便，便将太阳选作参考系。

三、坐标系

想要定量地描述物体所在的位置、运动的方向和运动的快慢，在确定的参考系上建立的带有标尺的数学坐标，称为坐标系。在力学中常用的有直角坐标系（x，y，z）、球坐标系（R，θ，φ）、柱坐标系（R，φ，z）。（见图 1－2）

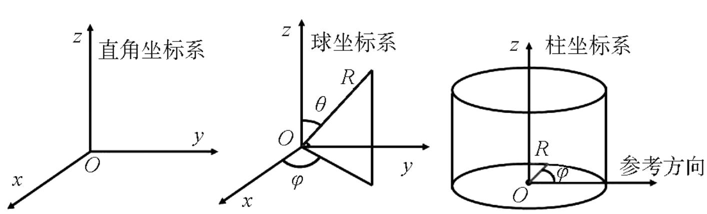

图 1－2　三种常见坐标系

总的来说，当参考系选定后，无论选择何种坐标系，物体的运动性质都不会改变，但坐标系选择得当，可使计算过程大大简化。

四、物理模型

对一个极为复杂的真实物理过程和对象，根据所讨论问题的基本要求对其进行理想化的简化，目的是突出研究对象的主要性质，暂时不考虑一些次要的因素，从而形成一定的经验性的规律并且采用数学语言进行描述，即建立物理模型。解决物理问题首要是确定物理模型，模型选取是否正确以及是否合理，将直接影响到物理问题解决的质量。

我们前面提到的质点，就是一个最常用且最简单的物理模型。例如，在研究某一个物体运动时，若其自身线度比运动空间范围小，且平动时各部分的运动情况完全相同，此时物体大小和形状对物体运动的影响便可以忽略，把它当作一个具有质量的点来处理，如公转的地球、铁路线路图上的列车等。

理想化模型的引入，在物理学中是一种常见的、重要的科学分析方法。在力学中，除质点模型外，在后续章节中还会遇到刚体、质点系、理想流体、谐振子及理想弹性介质等不同的物理模型。

一般研究物理问题中，首先要选择合适的参考系来确定物体运动性质，其次建立恰当的坐标系定量描述出物体的运动，最后确定物理模型，为后续研究基本运动规律提供方便。

第二节　质点运动的描述

简单来讲，质点的机械运动可以理解为质点对于选定的参考系，其位置坐标随着时间的变化函数。不同的机械运动在坐标系中形成不同的运动轨迹，轨迹不同运动的复杂程度也不一样。相比而言，质点的运动轨迹为直线的运动最为简单。本节将从描述质点的直线运动入手，利用极限思想来探索描述质点运动所需要用到的位移、速度、角速度等物理量。

一、位矢　位移

（一）　位矢

对于一个运动的质点，其位置是时刻变化的，为了确定某一时刻质点所在的位置，我们引入位矢的概念。

在选定的参考系上建立直角坐标系，从原点 O 指向空间 P 点的有向线段叫作 P 点的位置矢量，简称位矢，记为 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{OP}$（黑体代表矢量）。如图 1－3 所示，位矢 $\boldsymbol{r}$ 完全确定了质点 P 相对参考系的位置，

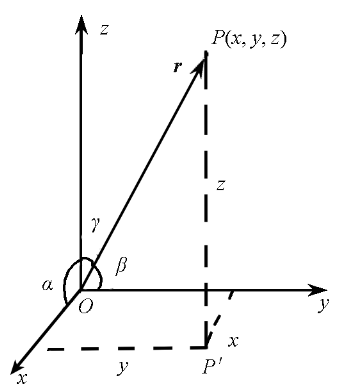

图 1－3　质点的位置矢量

其大小为 OP 线段的长，方向由原点 O 指向 P 点。

用 $\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$、$\boldsymbol{k}$ 分别表示坐标轴正方向的单位矢量，$\boldsymbol{OP}$ 沿坐标轴的三个分量的值分别为 x、y、z，则位矢可表示为

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{OP} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k} \tag{1-1}$$

位矢的大小为

$$|\boldsymbol{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \tag{1-2}$$

用 α，β，γ 分别表示 $\boldsymbol{OP}$ 与直角坐标系三个坐标轴的夹角，位矢的方向余弦可由下式确定

$$\cos\alpha = x/r，\ \cos\beta = y/r，\ \cos\gamma = z/r \tag{1-3}$$

（二） 位移

质点运动时，其位置将随时间发生变化。如图 1－4 所示，设质点沿曲线 AB 运动，在 t 时刻，质点在 A 处，在 $t+\Delta t$ 时刻，质点运动到 B 处，A，B 两点的位矢分别为 $\boldsymbol{r}_1$ 和 $\boldsymbol{r}_2$。质点在 Δt 时间内，位置的变化可用由初始 A 位置指向末位置 B 的有向线段$\Delta\boldsymbol{r}$表示，$\Delta\boldsymbol{r}$ 称为质点的位移，它是描述物体位置变动大小和方向的物理量。用矢量表示如下：

$$\Delta\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1 \tag{1-4}$$

位移是矢量，因此满足矢量运算中的平行四边形法则或三角形法则。

位移表示质点变化的净效果，与质点运动轨迹无关，只与始末位置有关。而路程是标量，是质点通过的实际路径的长度，与质点运动轨迹有关。例如，图 1－4 中有向线段$\boldsymbol{AB}$和曲线$\overset{\frown}{AB}$（通常记作 Δs）分别代表 Δt 时间内质点的位移和路程，一般情况下，$|\Delta\boldsymbol{r}| \neq \Delta s$。显然，只有当质点沿一个方向做直线运动或者当 Δt 趋近于零时，才有 $|\mathrm{d}\boldsymbol{r}| = \mathrm{d}s$。

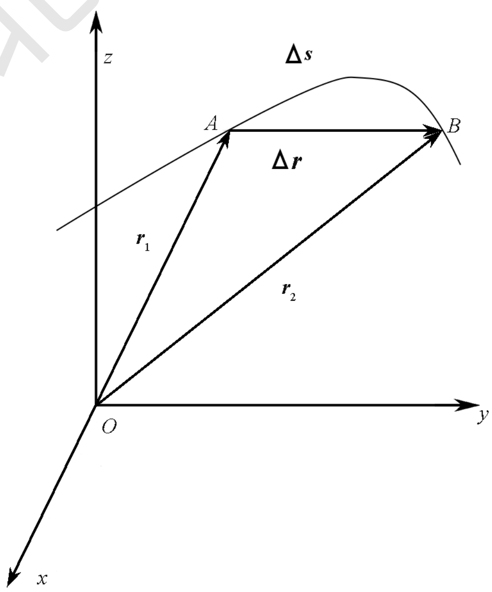

图 1－4　位移

直角坐标系中，位矢 $\boldsymbol{r}_1$ 和 $\boldsymbol{r}_2$ 可表示为

$$\boldsymbol{r}_1 = x_1\boldsymbol{i} + y_1\boldsymbol{j} + z_1\boldsymbol{k}$$

$$\boldsymbol{r}_2 = x_2\boldsymbol{i} + y_2\boldsymbol{j} + z_2\boldsymbol{k}$$

$$\Delta\boldsymbol{r} = (x_2 - x_1)\boldsymbol{i} + (y_2 - y_1)\boldsymbol{j} + (z_2 - z_1)\boldsymbol{k} = \Delta x\boldsymbol{i} + \Delta y\boldsymbol{j} + \Delta z\boldsymbol{k} \tag{1-5}$$

位移的模为

$$|\Delta\boldsymbol{r}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \tag{1-6}$$

需要特别注意的是，位移的模只能记作 $|\Delta\boldsymbol{r}|$，不能记作 Δr。Δr 通常表示位矢的模增量，即 $\Delta r = |\boldsymbol{r}_2| - |\boldsymbol{r}_1|$，而 $\Delta\boldsymbol{r}$ 则是位移的长度大小，由三角形三边关系法则，$|\Delta\boldsymbol{r}| > \Delta r$。（见图 1－5）

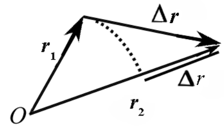

图 1－5　位矢及模增量

二、运动和轨迹

在确定的坐标系中，质点的位置随时间按一定规律变化，位置坐标表示为时间的函数，叫作运动方程。

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t) \Leftrightarrow \begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases} \tag{1-7}$$

通过质点的运动方程，能确定任意时刻质点所在的位置，从而确定质点的运动。将运动方程中的时间 t 消去，得到质点运动的轨迹方程，该方程在坐标系中的图形代表了质点实际运动的轨迹。

例如，在直角坐标系中，质点从高 h 处开始，以速度 v_0 沿 x 轴做平抛运动，其运动方程为

$$\begin{cases} x = v_0 t \\ y = h - \dfrac{1}{2}gt^2 \end{cases} \tag{1-8}$$

从上两式中消去 t，可得到质点的轨迹方程为

$$y = h - \frac{1}{2}g\frac{x^2}{v_0^2} \tag{1-9}$$

该方程表示的是一条顶点在（0，h）处，开口向下的抛物线，该抛物线的一部分即是质点实际运动的轨迹（见图 1－6）。

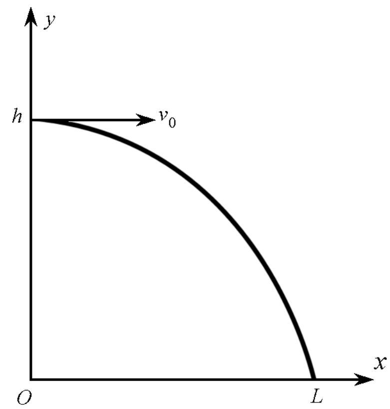

图 1－6　物体实际运动轨迹

三、速度

质点经过相同的位移所用的时间往往不相同，或经过相同的时间质点的位移也可能不同。为了描述质点的运动情况，我们引入表示质点位置变化快慢和变化方向的物理量，即速度。

设质点按运动方程 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)$ 做一般曲线运动（见图 1－7），其由时刻 t 所在位置 A 开始，经过时间 Δt 运动到 B 位置，发生的位移为 $\Delta\boldsymbol{r}$。我们把 $\Delta\boldsymbol{r}$和对应的时间 Δt 的比值叫作质点在这一段时间内的平均速度，用$\bar{\boldsymbol{v}}$表示（黑体代表矢量，横线代表平均值）。

$$\bar{\boldsymbol{v}}=\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t} \tag{1－10}$$

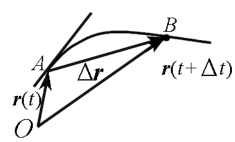

图 1－7　曲线运动

平均速度$\bar{\boldsymbol{v}}$是矢量，它的方向始终与 $\Delta\boldsymbol{r}$的方向相同。

在直角坐标系中，由式（1－5）和（1－10）可知，速度可表示成

$$\bar{\boldsymbol{v}}=\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\boldsymbol{i}+\frac{\Delta y}{\Delta t}\boldsymbol{j}+\frac{\Delta z}{\Delta t}\boldsymbol{k}$$

即平均速度在三个坐标轴上的分量值为

$$\bar{v}_x=\frac{\Delta x}{\Delta t},\ \bar{v}_y=\frac{\Delta y}{\Delta t},\ \bar{v}_z=\frac{\Delta z}{\Delta t} \tag{1－11}$$

速度大小为

$$v=|\bar{\boldsymbol{v}}|=\sqrt{\bar{v}_x^2+\bar{v}_y^2+\bar{v}_z^2} \tag{1－12}$$

速度方向可参照（1－3）式分别求解出与各个坐标轴夹角的余弦值。

平均速度只能粗略地描述质点在 Δt 时间内平均运动的快慢，而无法刻画出质点在任一时刻的速度大小和方向。为了精确地描述质点在 t 时刻的瞬时速度，可以令（1－10）式中 $\Delta t \to 0$，这样，B 点无限接近于 A 点，平均速度就会无限趋近于一个确定的极限矢量。这个极限矢量称为质点在 t 时刻的瞬时速度，用 $\boldsymbol{v}$ 表示，方向沿该点（A 点位置）切线并指向质点前进的一侧。

$$\boldsymbol{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\boldsymbol{r}(t + \Delta t) - \boldsymbol{r}(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} \tag{1-13}$$

瞬时速度是矢量，具有大小和方向。它的大小等于单位时间内发生位移的大小，方向为当 $\Delta t \to 0$ 时，$\Delta \boldsymbol{r}$的极限方向，即轨迹曲线在该点的切线方向。

按照导数的定义，这个极限就是 $\boldsymbol{r}$ 对时间 t 的一阶导数。而位矢 $\boldsymbol{r}$ 在直角坐标系坐标轴上的分量值分别为 x、y、z，因此瞬时速度在直角坐标系中的矢量形式可表示为

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k} = v_x\boldsymbol{i} + v_y\boldsymbol{j} + v_z\boldsymbol{k} \tag{1-14}$$

其中

$$v_x = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t},\ v_y = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t},\ v_z = \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} \tag{1-15}$$

大小

$$v = |\boldsymbol{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \tag{1-16}$$

在描述质点的运动时，还有一个常用的物理量——速率。速率是标量，仅有大小不考虑方向，其大小等于质点在单位时间内所行经的路程。如图 1－4 所示，在 Δt 时间内质点所行经的路程为曲线$\widetilde{AB}$，其长度为 Δs，平均速率定义为 Δs 与 Δt 的比值

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \tag{1-17}$$

由于$|\Delta \boldsymbol{r}| \neq \Delta s$，因此平均速率和平均速度的大小往往也不相等，当且仅当质点沿固定方向做直线运动时才相等。例如，在某段时间内，小明从学校走到家，又原路返回学校，显然其位移等于零，平均速度也为零，但小明的平均速率则不为零。

但在 $\Delta t \to 0$ 的极限条件下，曲线$\widetilde{AB}$的长度与直线 AB 的长度$|\Delta \boldsymbol{r}|$相等，即在 $\Delta t \to 0$ 时，$\lim\limits_{\Delta t \to 0} \Delta s = \lim\limits_{\Delta t \to 0} |\Delta \boldsymbol{r}|$，所以瞬时速率

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{|\Delta \boldsymbol{r}|}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = \frac{|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|}{\mathrm{d}t} = |\boldsymbol{v}| \tag{1-18}$$

即 $\Delta t \to 0$ 时瞬时速度的大小和瞬时速率相等。

四、加速度

速度的大小仅表示物体运动的快慢。停在同一起点的汽车同时启动，经过相同时间，不同汽车的速度往往不一样，为了表示速度在相同时间内变化的快慢，本节引入

了加速度的概念。

加速度是描述质点速度的大小和方向随时间变化快慢的物理量。如图 1－8 所示，$v(t)$ 表示质点在时刻 t、位置 P_1 处的速度，$v(t+\Delta t)$ 表示质点在时刻 $t+\Delta t$、位置 P_2 处的速度。从速度矢量图可以看出，在时间 Δt 内质点的速度增量为 $\Delta v = v(t+\Delta t) - v(t)$。

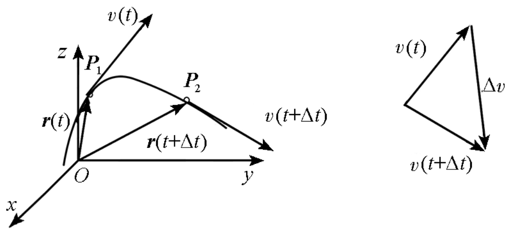

图 1－8　速度的增量

与平均速度的定义相类似，比值$\frac{\Delta v}{\Delta t}$称为 Δt 时间内的平均加速度，方向与速度增量的方向相同，即

$$\bar{\boldsymbol{a}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \tag{1-19}$$

平均加速度反映在时间 Δt 内速度的平均变化率。为了精确地描述某一时刻（或某一位置）质点的速度变化，参照瞬时速度的定义，我们引入瞬时加速度的概念。

当 Δt 趋于 0 时，点 P_2 趋于点 P_1，平均加速度的极限表示质点在 t 时刻通过点 P_1 的瞬时加速度（简称加速度）。

$$\boldsymbol{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 r}{\mathrm{d}t^2} \tag{1-20}$$

即瞬时加速度为速度对时间的一阶导数或位矢对时间的二阶导数。

在直角坐标系中，加速度的矢量表达式为

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}^2 \boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2} = \frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}^2 z}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{k} = a_x \boldsymbol{i} + a_y \boldsymbol{j} + a_z \boldsymbol{k} \tag{1-21}$$

其中 $a_x = \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2}$，$a_y = \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2}$，$a_z = \frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 z}{\mathrm{d}t^2}$，其分别为加速度在 x、y、z 轴的分量值。加速度的大小为

$$a = |\boldsymbol{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \tag{1-22}$$

方向为 $\Delta t \to 0$ 时速度增量的方向。当物体做直线运动时，若 $\boldsymbol{a}$ 与 v 同向，则速度增加，若 $\boldsymbol{a}$ 与 v 反向，则速度减小。当物体做曲线运动时，加速度与速度的关系将在后面详细讨论。

例 1－1　已知质点的运动方程为 $\boldsymbol{r} = 2t\boldsymbol{i} + (2 - t^2)\boldsymbol{j}$，求：

（1）质点的轨迹。

（2）$t = 0$ s 及 $t = 2$ s 时，质点的位置矢量。

（3）$t=0$ s 到 $t=2$ s 时间内的位移。

（4）$t=2$ s 内的平均速度。

（5）$t=2$ s 末的速度及速度大小。

（6）$t=2$ s 末的加速度及加速度大小。

解：

（1）写运动方程的分量式　$x=2t$，$y=2-t^2$

消去 t 得轨迹方程 $y=2-\dfrac{x^2}{4}$，质点沿抛物线运动。

（2）位置矢量　$\boldsymbol{r}\big|_{t=0\text{ s}}=2\boldsymbol{j}$

$\boldsymbol{r}\big|_{t=2\text{ s}}=4\boldsymbol{i}-2\boldsymbol{j}$

（3）位移

$$\begin{aligned}\Delta\boldsymbol{r}&=\boldsymbol{r}\big|_{t=2\text{ s}}-\boldsymbol{r}\big|_{t=0\text{ s}}\\&=4\boldsymbol{i}-2\boldsymbol{j}-2\boldsymbol{j}\\&=4\boldsymbol{i}-4\boldsymbol{j}\end{aligned}$$

大小：$|\Delta\boldsymbol{r}|=\sqrt{4^2+(-4)^2}$ m≈5.66 m；方向：$\theta_0=\arctan\dfrac{-4}{4}=-\dfrac{\pi}{4}$。

（4）平均速度

$$\bar{v}\big|_{t=2\text{ s}}=\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\boldsymbol{i}+\frac{\Delta y}{\Delta t}\boldsymbol{j}=2\boldsymbol{i}-2\boldsymbol{j}$$

$$\bar{v}\big|_{t=2\text{ s}}=\sqrt{\bar{v}_x^2+\bar{v}_y^2}\approx2.83\text{ m/s}$$

（5）速度

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}=2\boldsymbol{i}-2t\boldsymbol{j},\quad \boldsymbol{v}\big|_{t=2\text{ s}}=2\boldsymbol{i}-4\boldsymbol{j}$$

$$|\boldsymbol{v}|_{t=2\text{ s}}=\sqrt{v_x^2+v_y^2}\approx4.47\text{ m/s}$$

（6）加速度

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=-2\boldsymbol{j},\quad \boldsymbol{a}\big|_{t=2\text{ s}}=-2\boldsymbol{j}$$

$\boldsymbol{a}$ 大小和方向：$a=2\text{ m/s}^2$，沿 y 轴负方向，与时间无关。

第三节　平面曲线运动

当物体速度方向和所受合力方向不在同一直线上时，物体将做曲线运动。在一般的曲线运动中，圆周运动是最为简单和常见的运动形式，因此本节着重介绍圆周运动的加速度以及角量描述方法。

一、圆周运动加速度描述

质点轨迹是圆的运动叫作圆周运动。做圆周运动的物体，若任意相等的时间内质

点经过的弧长都相等，则该运动叫作匀速圆周运动，否则为非匀速圆周运动。质点做匀速圆周运动时，其速度的方向是时刻变化的，因此匀速圆周运动中的匀速指的仅是速度的大小相等。

对于做圆周运动的物体，速度的方向始终沿圆周的切线方向，且速度方向随时在变化。因此，对圆周运动的描述，我们引入自然坐标系（图 1－9），定义为：设质点绕圆心做圆周运动，在其上任意选一点可建立如下坐标系，其中一根坐标轴沿该点 P 的法线并指向圆心，该方向单位矢量用 $\boldsymbol{e}_n$ 表示，另一根坐标轴沿轨迹在该点的切线方向，该方向单位矢量用 $\boldsymbol{e}_t$ 表示。显然，沿轨迹上各点，自然坐标轴的方位是不断变化的。

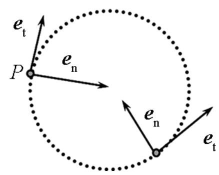

图 1－9　自然坐标系

前面提到，速度方向沿该质点所在圆上位置处的切线方向，因此在图 1－9 中 P 点的速度，可以表示为 $\boldsymbol{v}=v\boldsymbol{e}_t$。

所以，质点在 P 点的加速度为速度的一阶导数

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[v(t)\boldsymbol{e}_t] \tag{1-23}$$

由于 $\boldsymbol{e}_t$ 为单位矢量，虽然大小不变，但其方向始终在改变，因此对于上式中的微分$v(t)$ 和 $\boldsymbol{e}_t$ 均是变量。因此式（1－23）展开为

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_t+v\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{e}_t}{\mathrm{d}t} \tag{1-24}$$

由图 1－10 可知，$\mathrm{d}\boldsymbol{e}_t$ 的方向垂直于 $\boldsymbol{e}_t$ 并指向圆心（$\mathrm{d}\theta\to 0$），与 $\boldsymbol{e}_n$ 的方向一致。又因为单位矢量 $\boldsymbol{e}_t$ 长度为 1，所以 $\mathrm{d}\boldsymbol{e}_t$ 大小可写为 $\mathrm{d}\boldsymbol{e}_t=\mathrm{d}\theta\boldsymbol{e}_n$，结合 $\mathrm{d}s=R\mathrm{d}\theta$ 及 $v=\dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$ 可得

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{e}_t}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_n=\frac{R\mathrm{d}\theta}{R\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_n=\frac{1}{R}\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_n=\frac{v}{R}\boldsymbol{e}_n \tag{1-25}$$

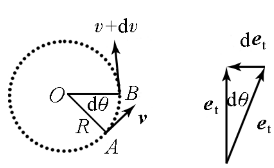

图 1－10　$\mathrm{d}\boldsymbol{e}_t$ 矢量图

因此质点做圆周运动的加速度为

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_{\mathrm{t}}+\frac{\nu^2}{R}\boldsymbol{e}_{\mathrm{n}}=a_{\mathrm{t}}\boldsymbol{e}_{\mathrm{t}}+a_{\mathrm{n}}\boldsymbol{e}_{\mathrm{n}} \tag{1-26}$$

加速度大小为

$$a=\sqrt{a_{\mathrm{t}}^2+a_{\mathrm{n}}^2} \tag{1-27}$$

其中，上式根号下第一项为速度大小变化对加速度的贡献，方向沿切线 $\boldsymbol{e}_{\mathrm{t}}$ 的方向，大小用 a_{t} 表示，即 $a_{\mathrm{t}}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$。上式根号下第二项为速度方向改变对加速度的贡献，加速度沿 $\boldsymbol{e}_{\mathrm{n}}$ 方向，大小用 a_{n} 表示，即 $a_{\mathrm{n}}=\frac{v^2}{R}$。切向加速度改变速度的大小，法向加速度改变速度的方向。

由上面可知，所谓的匀速圆周运动（v 为常量），就是切向加速度为 0，但法向加速度不为 0 的圆周运动。而当法向加速度 a_{n} 为 0 时，加速度方向仅沿 $\boldsymbol{e}_{\mathrm{t}}$ 方向，则质点的运动是直线运动；如果 a_{t} 也为 0，则质点的运动为匀速直线运动。

二、圆周运动的角量描述

如图 1－11，设质点绕圆心 O 做圆周运动，某时刻 t 质点运动到 A 处，半径 OA 与 x 正半轴夹角为 θ，θ 角叫作角位置。在时刻 $t+\Delta t$ 时，质点运动到 B 点，此时 OB 与 x 正半轴角位置为 $\theta+\Delta\theta$。质点由 A 到 B 走过的角度 $\Delta\theta$ 称为 Δt 时间内的角位移。角位移既有大小又有方向，其方向一般规定为：沿逆时针旋转的角位移为正，沿顺时针旋转的角位移为负。类比速度、加速度的引入方法，可以引入角速度和角加速度的概念。定义角位移 $\Delta\theta$ 与相应时间 Δt 的比，在 Δt 趋于零时的极限值为瞬时角速度（简称角速度），符号用 ω 表示，单位为 rad/s。

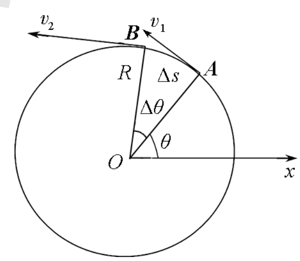

图 1－11　圆周运动角位移

$$\omega=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\theta}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} \tag{1-28}$$

假设 Δt 时间内，角速度的增量为 $\Delta\omega$。角加速度的定义为：当 Δt 趋于零时，$\Delta\omega$ 与时间 Δt 的极限比值，符号用 α 表示，单位为 $\mathrm{rad/s^2}$。

$$\alpha=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\omega}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} \tag{1-29}$$

当质点做圆周运动时，R 为常数，只有角位置是 t 的函数，这样只需一个坐标（角位置 θ）就可以描述质点的位置。比照匀速和匀变速直线运动的方法，还可以建立起描述匀角加速圆周运动的公式。位移、速度、加速度与角位移、角速度、角加速度关系对照表见表 1－1。

表 1－1　位移、速度、加速度与角位移、角速度、角加速度关系对照表

匀速直线运动	$s=s_0+vt$	匀角速度圆周运动	$\theta=\theta_0+\omega t$
匀变速直线运动	$v=v_0+at$	匀角加速圆周运动	$\omega=\omega_0+\alpha t$
	$s=s_0+v_0t+\frac{1}{2}at^2$		$\theta=\theta_0+\omega_0t+\frac{1}{2}\alpha t^2$
	$v^2-v_0^2=2a(s-s_0)$		$\omega^2-\omega_0^2=2\alpha(\theta-\theta_0)$

圆周运动既可以用速度、加速度描述，也可以用角速度、角加速度描述，因此二者间必然存在一定的对应关系。如图 1－11 所示，在 Δt 时间内，质点的角位移为 $\Delta\theta$，当 Δt 趋于 0 时，A、B 间的位移 $\boldsymbol{AB}$ 与弧长满足 $|\boldsymbol{AB}|=\overset{\frown}{AB}=R\Delta\theta$，两边同除以 Δt，因为 Δt 趋于 0 时，按照瞬时速度和瞬时加速度的关系得

$$v=R\omega \tag{1-30}$$

将上式两端对时间求导，得到切向加速度与角加速度之间的关系

$$a_{\mathrm{t}}=R\alpha \tag{1-31}$$

将（1－30）式代入法向加速度得

$$a_{\mathrm{n}}=\frac{v^2}{R}=R\omega^2 \tag{1-32}$$

例 1－2　一个飞轮以转速 $n=1\ 500\ \mathrm{r/min}$ 转动，受制动后匀速减慢，经过 $t=50\ \mathrm{s}$ 后静止。

（1）求角加速度 α 和从制动开始到静止飞轮的转数 N。

（2）求制动开始 $t=25\ \mathrm{s}$ 时飞轮的角速度 ω。

（3）设飞轮的半径为 $R=1\ \mathrm{m}$，求 $t=25\ \mathrm{s}$ 时飞轮边上任一点的速度和加速度。

解：（1）由题知，当 $t=50\ \mathrm{s}$ 时，$\omega=0$，$\theta_0=0$，利用角速度和角加速度间关系得

$$\omega_0=2\pi n=2\pi\times\frac{1\ 500}{60}=50\pi\ (\mathrm{rad/s})$$

$$\alpha=\frac{\omega-\omega_0}{t}=\frac{-50\pi}{50}\approx-3.14\ (\mathrm{rad/s^2})$$

从开始制动到静止，飞轮的角位移及转数分别为

$$\theta-\theta_0=\omega_0t+\frac{1}{2}\alpha t^2=50\pi\times50+\left(-\frac{\pi}{2}\right)\times50^2=1\ 250\pi\ (\mathrm{rad})$$

$$N=\frac{1\ 250\pi}{2\pi}=625\ (\mathrm{r})$$

（2）当 $t=25\ \mathrm{s}$ 时，飞轮的角速度为

$$\omega=\omega_0+\alpha t=50\pi-25\pi=25\pi\ (\mathrm{rad/s})$$

（3）当 $t=25\ \mathrm{s}$ 时，飞轮边上任一点的速度为

$$v=R\omega=1\times25\pi\approx78.5\ (\mathrm{m/s})$$

相应的切向加速度和向心加速度分别为

$$a_t = R\alpha = -\pi = -3.14\ (\mathrm{m/s^2})$$

$$a_n = R\omega^2 = 1 \times (25\pi)^2 = 6.17 \times 10^3\ (\mathrm{m/s^2})$$

第四节　相对运动

研究物体运动时，参考系是可以任意选取的。但选取不同的参考系，描述同一质点的运动状态是不同的，因此运动描述具有相对性。例如人站在地球上，以地球为参考系，人是静止不动的，而以地球以外的物体为参考系，则是“坐地日行八万里”了。

在解决实际问题中，常常需要把物体从一个参考系转换到另一个参考系中去。比如，在无风的大雨天气，行人撑伞走在雨中，为了不被雨淋到，我们需要研究的是雨滴相对人的方向。经验告诉我们要将伞向人前进的方向倾斜，可见雨相对地是竖直下落的，但是相对于人这个参考系，雨的下落方向却发生了改变。本节我们对同一质点在相对运动的两个参考系中的位移、速度、加速度之间的变换关系进行着重研究。

两参考系间运动的描述，为了方便常选定其中一个参考系为静止参考系，另一个为运动参考系。例如，当研究高速列车上物体的运动时，一般选列车为运动参考系，而选地面（地球）为静止参考系。但是，如果研究宇宙飞船的发射，则只能把太阳作为静止参考系，而把地球作为运动参考系。也就是说，静止参考系和运动参考系是相对而言的。处于运动参考系中的物体，其相对于静止参考系的运动称为绝对运动，相对于运动参考系的运动称为相对运动；运动参考系相对于绝对参考系的运动称为牵连运动。

考虑两个参考系中的坐标系 O 和 O'（即 $Oxyz$ 和 $O'x'y'z'$），在 $t=0$ s 时刻两坐标系重合（见图 1－12），之后 O'相对 O 坐标系沿 x 轴做直线运动。对于任一时刻 t，O'相对于 O 的位矢为 $\boldsymbol{R}$，一质点 P 在两个坐标系中对应的位置矢量分别为 $\boldsymbol{r}$ 和 $\boldsymbol{r}'$，如图 1－13 所示，由矢量三角形运算法则得

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}' + \boldsymbol{R} \tag{1-33}$$

即绝对位矢等于相对位矢和牵连位矢的矢量和。

上式看似简单，但是其成立是要满足绝对时空观的。上式 $\boldsymbol{r}$、$\boldsymbol{R}$ 的值是在 O 坐标系的测量值，而 $\boldsymbol{r}'$是在 O'坐标系的测量值，但是矢量运算要想成立，各量值必须是在同一坐标系中来测定。因此上式成立的前提一是空间两点的距离不管从哪个坐标系测量，结果都一样，即空间的绝对性，二是不同坐标系测量的时间都一样，即时间绝对性。上述绝对时空观已经被大量日常经验所验证，适用于速度远小于光速的情况，但是当物体速度接近光速时，则上式和下面的推导公式将不再成立。

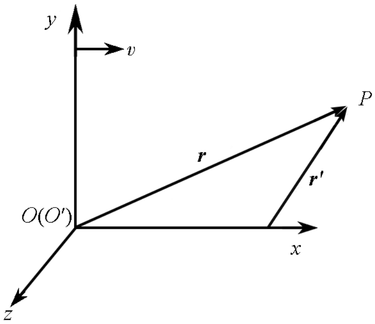

图 1－12　相对运动两参考系

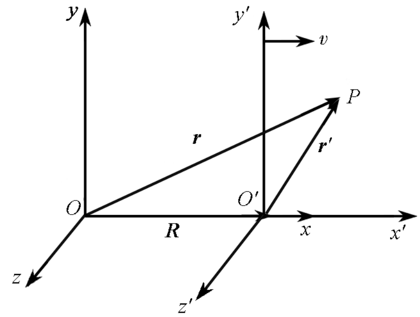

图 1－13　两参考系质点位矢

P 点在 O 系和 O'系的空间坐标、时间坐标的对应关系为

$$\begin{cases} x = x' + vt \\ y = y' \\ z = z' \\ t = t' \end{cases} \tag{1－34}$$

将式（1－33）等号两边同时对时间求导，其中 $\boldsymbol{v}$、$\boldsymbol{v}'$分别表示质点在 O 和 O'两个坐标系中的速度，$\boldsymbol{v}_0$ 表示 O'相对 O 坐标系的速度。

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}(\boldsymbol{r}' + \boldsymbol{v}_0 t)}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{v}' + \boldsymbol{v}_0 \tag{1－35}$$

式中 $\boldsymbol{v}$ 为绝对速度，$\boldsymbol{v}_0$ 为牵连速度，$\boldsymbol{v}'$为相对速度。

在直角坐标系中，写成速度分量值为

$$\begin{cases} v_x = v_{x'} + v_0 \\ v_y = v_{y'} \\ v_z = v_{z'} \end{cases} \tag{1－36}$$

将式（1－33）两边再次对时间求导得

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}' + \boldsymbol{a}_0 \tag{1－37}$$

式中 $\boldsymbol{a}$ 为绝对加速度，$\boldsymbol{a}_0$ 为牵连加速度，$\boldsymbol{a}'$为相对加速度。

当 O'坐标系做匀速直线运动时，$\boldsymbol{a}_0 = \boldsymbol{0}$，$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}'$，表明质点的加速度相对于做匀速运动的各个参考系不变。

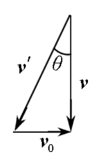

图 1－14　雨相对速度矢量图

通过上述介绍，我们也能从矢量的角度分析，为什么下雨天往往雨伞需要往前倾斜。由图 1－14 可知，雨相对于地的速度为 $\boldsymbol{v}$，方向竖直向下，人相对于地的前进速度为 $\boldsymbol{v}_0$。通过式（1－35）矢量运算可知，雨相对于人的速度矢量为 $\boldsymbol{v}'$，方向与 $\boldsymbol{v}$ 成 θ 角。

例 1－3　一人能在静水中以 1.1 m/s 的速率划船前进，现欲横渡一宽度为 4 000 m，水流速度为 0.55 m/s 的大河。（见图 1－15）

（1）若要达到河正对岸的一点，应如何确定划行方向？需要多少时间？

（2）如希望用最短的时间过河，应如何确定划行方向？船到达对岸的位置在何处？

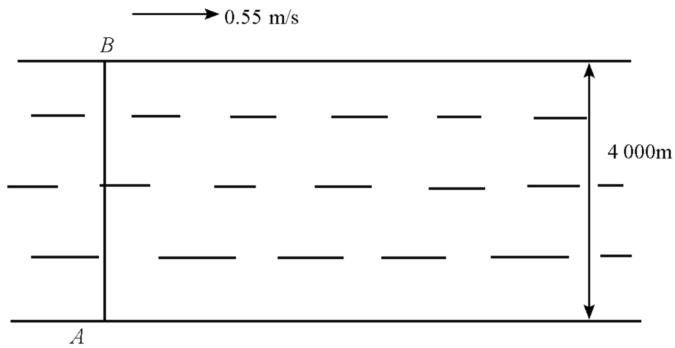

图 1－15　例 1－3 图

解：（1）这是相对运动的问题，以船 A 为研究对象，选择河岸 K 作为静止参考系、水 K' 作为运动参考系，如图 1－16 所示。

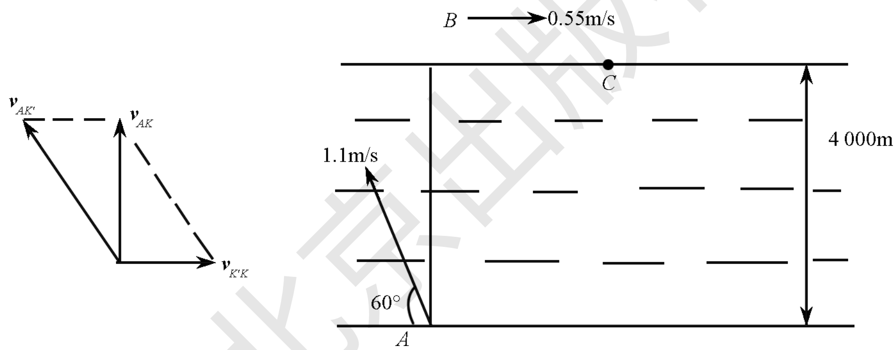

图 1－16

根据分析，船对水的速度方向应垂直于河岸

$$\boldsymbol{v}_{AK}=\boldsymbol{v}_{AK'}+\boldsymbol{v}_{K'K}$$

$$\cos\alpha=\left|\frac{\boldsymbol{v}_{K'K}}{\boldsymbol{v}_{AK}}\right|=\frac{0.55}{1.1}=0.5$$

$$\alpha=\arccos 0.5=60^\circ$$

$$\boldsymbol{v}_{AK}=\boldsymbol{v}_{AK'}\sin 60^\circ=1.1\times\frac{\sqrt{3}}{2}\approx 0.952\,6\ (\text{m/s})$$

需要的时间为

$$t=\frac{4\,000}{0.952\,6}\approx 4\,199\ (\text{s})\text{，约合 }70\ \text{min}$$

（2）分析（1）的速度合成图，若需要的时间最短，则 $v_{AK'}$ 在垂直于河岸的方向投影量最大，此时 $\alpha=90^\circ$，到达对岸位置记为 C 点。

$$t=\frac{4\ 000}{v_{AK'}}=\frac{4\ 000}{1.1}\approx 3\ 636.36\ (\mathrm{s}),约合\ 61\ \mathrm{min}$$

根据相对运动的速度关系，有

$$\boldsymbol{v}_{AK}=\boldsymbol{v}_{AK'}+\boldsymbol{v}_{K'K}$$

利用几何关系得

$$BC=\frac{v_{K'K}}{v_{AK'}}AB=\frac{0.55}{1.1}\times 4\ 000=2\ 000\ (\mathrm{m})$$

思考题

1－1　什么是质点？一个物体具备哪些条件才可以被看作质点？

1－2　轨道方程与运动学方程之间的联系和区别是什么？

1－3　位移与路程、平均速度和平均速率的区别是什么？在什么情况下两者的量值是相等的？

1－4　“瞬时速度就是很短时间内的平均速度”这一说法是否正确？如何正确表述瞬时速度的定义？我们是否能按照瞬时速度的定义通过实验测量瞬时速度？

1－5　判断下面情景是否存在。

（1）一物体具有加速度，但是其速度为零。

（2）一物体速度变化，但是其速率始终恒定。

（3）一物体加速度大小恒定，但是其速度方向改变。

1－6　质点位置矢量方向不变，质点是否做直线运动？质点沿直线运动，其位置矢量是否一定方向不变？

1－7　若质点的速度矢量的方向不变仅大小改变，质点做哪种运动？速度矢量的大小不变而方向改变又是做哪种运动？

1－8　试就质点直线运动论证：加速度与速度同号时，质点做加速运动；加速度与速度反号时，做减速运动。是否可能存在这样的直线运动，质点速度逐渐增加但加速度却在减小？

1－9　质点做上斜抛运动时，在何处的速率最大，在何处的速率最小？

1－10　抛体运动的轨迹如图 1－17 所示，试在图中用矢量表示它在 A、B、C、D、E 各点处的速度和加速度。

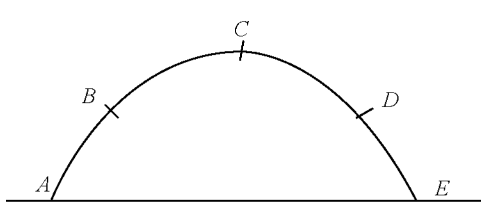

图 1－17

1－11　在利用自然坐标研究曲线运动时，三个符号的含义有什么不同?

习　题

1－1　质点运动时，位矢为 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{i}+2t^2\boldsymbol{j}-t\boldsymbol{k}$，求：

(1) 质点第 3 秒的平均速度。

(2) 质点在第 3 秒末的瞬时速度。

1－2　质点的位矢为 $\boldsymbol{r}=R\cos\omega t\boldsymbol{i}+R\sin\omega t\boldsymbol{j}$，求质点的速度和加速度。

1－3　一物体沿 x 轴做直线运动，其速度和时间的关系是 $v=(4+t^2)$ m/s，且当 $t=3$ s 时物体位于 $x=9$ m 处。试求物体的运动方程。

1－4　一质点的运动方程为 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{i}+4t^2\boldsymbol{j}+t\boldsymbol{k}$，试求

(1) 它的速度和加速度。

(2) 它的轨迹方程。

1－5　质点沿 x 轴运动，坐标与时间的关系为 $x=4t-2t^3$，式中 x、t 分别以 m、s 为单位。试求：

(1) 在最初 2 s 内的平均速度，2 s 末的瞬时速度。

(2) 1 s 末到 3 s 末的位移、平均速度。

(3) 1 s 末到 3 s 末的平均加速度是多少? 此平均加速度是否可用 $\bar{a}=\dfrac{a_1+a_2}{2}$ 来计算?

(4) 3 s 末的瞬时加速度。

1－6　质点沿 x 轴运动，其加速度和位置的关系为 $a=2+6x^2$，a 的单位为 $\mathrm{m\cdot s^{-2}}$，x 的单位为 m。质点在 $x=0$ 处，速度为 10 m/s，试求质点在任何坐标处的速度值。

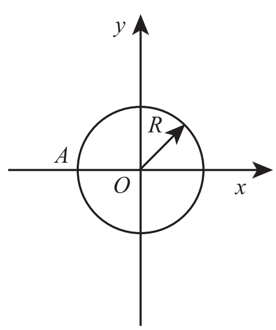

图 1－18　题 1－8 图

1－7　一货车在行驶过程中，遇到 5 m/s 竖直下落的大雨，车上紧靠挡板平放有一个长为 $L=1$ m 的木板。如果木板上表面距挡板最高端的距离 $h=1$ m，请问货车以多大的速度行驶，才能使木板不致淋雨?

1－8　一质点做半径 $R=1$ m 的圆周运动。$t=0$ s 时，质点位于 A 点，如图 1－18 所示，然后沿顺时针方向运动，运动方程为 $s=\pi t^2+\pi t$，式中 s、t 分别以 m、s 为单位。试求：

(1) 质点绕行一周所经历的路程、位移、平均速度和平均速率。

(2) 质点在第 1 秒末的速度和加速度大小。

1－9　一物体从静止开始做圆周运动，经过 5 s 后角速度增加到 $\omega=\pi$ rad/s，此时物体已转过 3 圈。试求在这段时间内物体的平均角速度和平均角加速度。

1－10　一圆盘半径为 3 m，它的角速度在 $t=0$ s 时为 3.33π rad/s，以后均匀减小，

到 $t=4$ s 时角速度变为零。试计算圆盘边缘上一点在 $t=2$ s 时的切向加速度和法向加速度的大小。

1－11　飞轮半径为 0.4 m，自静止启动，其角加速度 $\beta=0.2\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-2}$，求 $t=2$ s 时边缘上各点的速度、法向加速度、切向加速度和合加速度。

1－12　某人骑摩托车向东前进，其速率为 10 m/s 时觉得有南风，当其速率为 15 m/s时，又觉得有东南风，试求此时的风速度。

1－13　路灯高度为 h，人高度为 l，步行速度为 v_0，试求：

（1）人影中头顶的移动速度。

（2）影子长度增长的速率。

1－14　已知一飞轮的转速在 5 s 内由 900 r/min 均匀减到 800 r/min。求：

（1）角加速度。

（2）在此 5 s 内的总转数。

（3）再经过几秒飞轮将停止转动。