



中等职业学校公共基础课改革创新教材

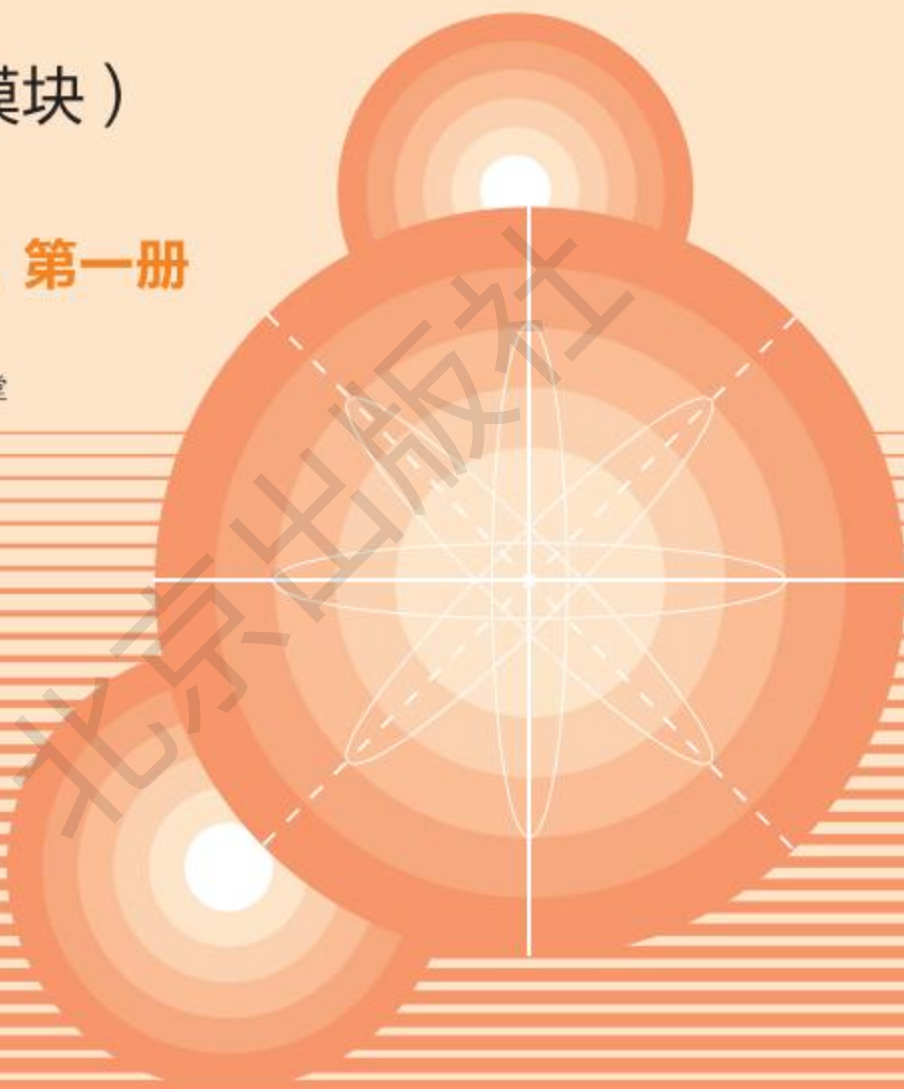
数学

SHUXUE

(基础模块)

练习册 | 第一册

主 编 金桂堂



数
学

(基础模块)

练习册
第一册

主
编
金桂堂

北京出版集团公司
北京出版社

北京出版集团公司
北 京 出 版 社

图书在版编目 (CIP) 数据

数学 (基础模块) 练习册. 第 1 册 / 金桂堂主编. —
北京: 北京出版社, 2009.5 (2022 重印)
ISBN 978-7-200-07763-6

I. ①数… II. ①金… III. ①数学课—专业学校—习题
IV. ① G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2009) 第 084740 号

数学 (基础模块) 练习册 第一册

SHUXUE JICHU MOKUAI LIANXICE DIYICE

主 编: 金桂堂
出 版: 北京出版集团公司
北 京 出 版 社
地 址: 北京北三环中路 6 号
邮 编: 100120
网 址: www.bph.com.cn
总发行: 北京出版集团公司
经 销: 新华书店
印 刷: 定州市新华印刷有限公司
版 次: 2009 年 5 月第 1 版 2022 年 1 月修订 2022 年 1 月第 13 次印刷
开 本: 787 毫米 × 1092 毫米 1/16
印 张: 10
字 数: 175 千字
书 号: ISBN 978-7-200-07763-6
定 价: 20.00 元

质量监督电话: 010-82685218 010-58572162 010-58572393

目 录

第一章 集合	/1
1.1 集合的概念	/1
1.1.1 集合与元素	/1
1.1.2 集合的表示方法	/4
1.1.3 集合间的关系	/8
1.2 集合的运算	/11
1.2.1 交集	/11
1.2.2 并集	/11
1.2.3 全集与补集	/11
1.3 充要条件	/15
第二章 不等式	/22
2.1 不等式的性质	/22
2.2 区间的概念	/25
2.3 不等式的解法	/27
2.3.1 一元一次不等式组的解法	/27
2.3.2 一元二次不等式的解法	/29
2.3.3 含绝对值的不等式的解法	/30
第三章 函数	/36
3.1 函数的概念	/36
3.1.1 函数的概念	/36
3.1.2 函数的三种表示方法	/40

3.2	函数的简单性质	/44
3.2.1	函数的单调性	/44
3.2.2	函数的奇偶性	/47
3.3	函数的实际应用举例	/51
第四章	指数函数与对数函数	/61
4.1	幂函数	/61
4.1.1	有理数指数幂	/61
4.1.2	实数指数幂及运算法则	/63
4.1.3	幂函数	/65
4.2	指数函数	/67
4.2.1	指数函数的概念、图象和性质	/67
4.2.2	指数函数的简单应用	/70
4.3	对数的概念和运算	/72
4.3.1	对数的概念	/72
4.3.2	利用计算器求对数值	/72
4.3.3	积、商、幂的对数	/74
4.4	对数函数	/78
4.4.1	对数函数的概念、图象和性质	/78
4.4.2	对数函数的简单应用	/81
第五章	三角函数	/86
5.1	角的概念的推广	/86
5.1.1	任意角的概念	/86
5.1.2	终边相同的角	/86
5.2	弧度制	/89
5.2.1	弧度制	/89
5.2.2	弧长计算公式	/89
5.3	任意角的三角函数	/92
5.3.1	任意角的正弦、余弦、正切函数	/92

5.3.2	三角函数在各象限的符号	/94
5.3.3	求三角函数值	/96
5.4	三角函数的基本公式	/98
5.4.1	同角三角函数的基本关系	/98
5.4.2	诱导公式	/101
5.5	正弦函数、余弦函数的图象和性质	/104
5.5.1	正弦函数的图象和性质	/104
5.5.2	余弦函数的图象和性质	/104
5.5.3	已知三角函数值，求指定区间的角	/107
	答案与提示	/113

第一章 集合



学习目标

本章主要讲述集合的初步认识,它是学习中职数学的工具和语言.

本章的学习目标是:

1. 理解集合的含义,会使用符号 $\in$ 表示元素和集合之间的关系.
2. 能选择文字语言、图形语言、符号语言(列举法、描述法和 Venn 图法)描述不同的具体问题,感受符号语言的意义和作用.
3. 了解集合的特征性质,会用集合的特征性质描述一些集合,如常用数集、解集和一些基本图形的集合等.
4. 理解集合之间包含与相等的含义,能识别一些给定集合的子集.在具体情境中,了解空集和全集的含义.
5. 理解集合的运算(交、并、补),掌握有关术语和符号,会用它们表达集合之间的关系和运算.能用 Venn 图表达集合之间的关系和运算.
6. 理解充分条件、必要条件与充要条件的含义.

1.1 集合的概念

1.1.1 集合与元素



例题点拨

例1 判断下列对象是否构成集合.

- (1) 高个子的学生.
- (2) 金融专业所有学生.
- (3) 数值: $\frac{1}{2}$, $\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin 45^\circ$.

分析：此题考查集合的特性，即：确定性、无序性、互异性。

解：(1) 高个子这个标准不明确，不符合确定性，即高个子的学生不构成集合。

(2) 金融专业所有学生构成集合。

(3) $\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ，不符合互异性，不构成集合。

例2 用符号 $\in$ 或 $\notin$ 填空。

(1) 若 $A = \mathbf{Z}$ ，则 $-\frac{1}{3}$ _____ A ， -1 _____ A 。

(2) 若 B 是方程 $x^2 - x - 2 = 0$ 的解构成的集合，则 -2 _____ B ， -1 _____ B 。

(3) 若 C 为大于 -1 且小于 3 的整数构成的集合，则 $\frac{3}{2}$ _____ C 。

分析： $\in$ 表示元素属于集合， $\notin$ 表示元素不属于集合。

解：(1) $-\frac{1}{3}$ 不是整数， -1 是整数，而 $A = \mathbf{Z}$ 是整数集，

则 $-\frac{1}{3} \notin A$ ， $-1 \in A$ 。

(2) 解方程 $x^2 - x - 2 = 0$ ，得

$x = 2$ 或 $x = -1$ ，

所以 $-2 \notin B$ ， $-1 \in B$ 。

(3) 集合 C 中的元素有 $0, 1, 2$ ，

所以 $\frac{3}{2} \notin C$ 。

基础达标

一、选择题

- 下列四个选项中不能构成集合的是()
 - 小于 10 的整数
 - 全体三角形
 - 某校高一(3)班全体同学
 - 某校高一(3)班的好学生
- 下列四个选项中能构成集合的是()
 - 我校高个子的男生
 - 我班漂亮的女生
 - 我班评出的三好学生
 - 著名的老师
- 下面四个选项中为有限集合的是()
 - 小于 5 的所有整数
 - 小于 5 的所有自然数

C. 小于 5 的所有有理数

D. 大于 5 的所有自然数

二、判断题（正确的画“√”，错误的画“×”）

1. $0 \in \mathbf{N}^*$. ()

2. $\frac{3}{2} \in \mathbf{Z}$. ()

3. $-2 \notin \mathbf{Z}$. ()

4. $\sqrt{3} \in \mathbf{R}$. ()

三、用符号 $\in$ 或 $\notin$ 填空

1. 0 _____ $\mathbf{N}$.

2. $\frac{1}{2}$ _____ $\mathbf{N}$.

3. -1 _____ $\mathbf{N}$.

4. 0 _____ $\mathbf{Z}$.

5. $\frac{1}{2}$ _____ $\mathbf{Z}$.

6. -1 _____ $\mathbf{Z}$.

7. $\frac{1}{2}$ _____ $\mathbf{Q}$.

8. -2 _____ $\mathbf{Q}$.

9. $\sqrt{3}$ _____ $\mathbf{Q}$.

10. $\frac{1}{2}$ _____ $\mathbf{R}$.

11. -2 _____ $\mathbf{R}$.

12. $\sqrt{3}$ _____ $\mathbf{R}$.

四、写出下列集合中的元素

1. 小于 4 的正整数.

2. 小于 6 的自然数.

3. 大于 3 且小于 9 的偶数.

4. 小于 20 的正奇数.

5. 平方后等于 3 的数.

6. 五大洲.



能力提升

1. 用 $\in$ 或 $\notin$ 填空.

(1) $|-1|$ _____ $\mathbf{N}$; (2) $(-\sqrt{2})^2$ _____ $\mathbf{Q}$;

(3) $(-\sqrt{2})^2$ _____ $\mathbf{N}$; (4) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ _____ $\mathbf{Q}$;

(5) $\sqrt{(-3)^2}$ _____ $\mathbf{Z}$.

2. 写出下列集合中的元素.

(1) 小于 11 的整数.

(2) 倒数等于其本身的数.

(3) 小于 20 的非零自然数中的平方数.

1.1.2 集合的表示方法



例题点拨

例1 用列举法表示下列集合.

(1) 小于 10 的正整数.

(2) 方程 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 的解集.

(3) 大于 -1 且小于 5 的偶数.

(4) 平方后等于 5 的实数.

分析: 要把集合中的所有元素一一列举出来, 写在 $\{ \}$ 内.

解: (1) 正整数从 1 开始, 小于 10 说明不包括 10,

所以小于 10 的正整数的集合是 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

(2) 方程 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 可以写为 $(x-1)(x-2) = 0$,

其解为 $x=1$ 或 $x=2$, 所以方程 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 的解集是 $\{1, 2\}$.

(3) 大于 -1 且小于 5 的偶数集是 $\{0, 2, 4\}$.

(4) $(\pm\sqrt{5})^2 = 5$, 所以平方后等于 5 的实数集是 $\{-\sqrt{5}, \sqrt{5}\}$.

例2 用描述法表示下列集合.

- (1) 方程 $x^2 - 4 = 0$ 的解集.
- (2) 不等式 $2x - 3 > 0$ 的解集.
- (3) 正奇数组成的集合.
- (4) 三角形组成的集合.

分析: 要把集合中的元素的公共属性描述出来, 写在 $\{ \}$ 内.

解: (1) $\{x \mid x^2 - 4 = 0\}$.

(2) $\{x \mid 2x - 3 > 0\}$ 或 $\left\{x \mid x > \frac{3}{2}\right\}$.

(3) $\{x \mid x = 2n + 1, n \in \mathbf{N}\}$.

(4) $\{x \mid x \text{ 是三角形}\}$.

基础达标

一、用列举法表示下列集合

1. 大于 0 且小于 10 的偶数.
2. 方程 $x^2 + x = 0$ 的解集.
3. 我国国旗的颜色.
4. 数轴到原点的距离等于 1 的数组成的集合.

二、用描述法表示下列集合

1. 所有整数集.

2. 大于 -3 且小于 10 的实数集.
3. 绝对值大于 1 的实数构成的集合.
4. 所有偶数集.

三、用适当的方法表示下列集合

1. 方程 $x^2 - 6x + 5 = 0$ 的解集.
2. 不等式 $2x - 1 < 0$ 的解集.
3. 函数 $y = x$ 的图象上的所有点 (x, y) 的集合.
4. 所有四边形的集合.
5. 不大于 5 的自然数.
6. 你所在学校的所有专业组成的集合.

四、用另一种方法表示下列集合

1. $\{-2, 2\}$.

2. $\{x \mid -3 < x < 3, x \in \mathbf{Z}\}$.

3. $\{x \mid (x+1)(x-2) = 0\}$.

4. $\left\{ (x, y) \mid \begin{cases} x+y=5 \\ 2x-y=-11 \end{cases} \right\}$.



能力提升

1. 举出一个空集的例子 .

2. 写出坐标轴上的点的集合 .

3. 用描述法表示集合 $\{1, 3, 5, 7, 9\}$.

4. 设集合 $A = \{1, x+1, x^2-1\}$, 若 $3 \in A$, 求 x .

5. 已知集合 $A = \{x \mid ax^2 + 2x + 1 = 0, a \in \mathbf{R}\}$ 中只有一个元素, 确定 a 的取值范围 .

1.1.3 集合间的关系



例题点拨

例1 用符号 ($\in$, $\notin$, $=$, $\subsetneq$, $\supseteq$) 填空.

(1) 0 _____ $\emptyset$; $\{0\}$ _____ $\emptyset$; 0 _____ $\{0\}$.

(2) a _____ $\{a, b, c\}$; $\{a\}$ _____ $\{a, b\}$.

(3) $\{1\}$ _____ $\{x \mid x^2 - 1 = 0\}$; $\{0, 1\}$ _____ $\{x \mid x^2 - x = 0\}$.

分析: 符号“ $\in$ ”及“ $\notin$ ”用于元素与集合的关系;

符号“ $=$ ”、“ $\subsetneq$ ”及“ $\supseteq$ ”用于集合与集合的关系.

解: (1) 0 为元素, $\emptyset$ 为空集, 元素与集合间应为属于和不属于关系, 所以 $0 \notin \emptyset$; $\{0\}$ 代表只含一个元素 0 的单元集, 所以 $\{0\} \supsetneq \emptyset$;

0 为元素, $\{0\}$ 为集合, 所以 $0 \in \{0\}$.

(2) $a \in \{a, b, c\}$, $\{a\} \subsetneq \{a, b\}$.

(3) $\{x \mid x^2 - 1 = 0\} = \{-1, 1\}$, 所以 $\{1\} \subsetneq \{x \mid x^2 - 1 = 0\}$;

$\{x \mid x^2 - x = 0\} = \{0, 1\}$, 所以 $\{0, 1\} = \{x \mid x^2 - x = 0\}$.

例2 写出满足条件 $\{a, b\} \subsetneq A \subseteq \{a, b, c, d\}$ 的所有集合 A .

分析: $\{a, b\} \subsetneq A$ 表明集合 $\{a, b\}$ 是集合 A 的真子集, 说明集合 A 中除元素 a, b 外还有其他元素;

又 $A \subseteq \{a, b, c, d\}$ 表明集合 A 是集合 $\{a, b, c, d\}$ 的子集, 说明 A 中所含元素个数小于或等于 4.

解: 满足条件的集合有 $\{a, b, c\}$, $\{a, b, d\}$, $\{a, b, c, d\}$.

例3 设集合 $A = \{a, a^2, ab\}$, $B = \{1, a, b\}$, 且 $A = B$, 求实数 a, b 的值.

分析: 可由集合中元素的互异性入手.

解: 由集合中元素的互异性可知: $a \neq a^2 \neq ab$.

所以 $a \neq 0$, $a \neq 1$, $a \neq b$

因为 $A = B$, 有两种可能.

① $\begin{cases} a^2 = 1 \\ ab = b \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} a = 1 \\ b \in \mathbf{R} \end{cases}$ (舍去), $\begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \end{cases}$ 符合题意.

② $\begin{cases} a^2 = b \\ ab = 1 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$ (舍去)

故实数 a, b 的值为 $a = -1, b = 0$.

基础达标

一、选择题

- 集合 $A = \{1, 2, 3\}$ 的所有子集的个数为()
A. 6 B. 7 C. 8 D. 9
- 集合 $A = \{x \mid x^2 - 4 = 0\}$ 的所有真子集的个数为()
A. 4 B. 3 C. 2 D. 1
- 已知 $A = \{x \mid x < 2\sqrt{3}\}$, $a = 3$, 则()
A. $a \notin A$ B. $\{a\} \in A$
C. $\{a\} \subsetneq A$ D. $a \subsetneq A$
- 若 $A = \{x \mid x \text{ 是正方形}\}$, $B = \{x \mid x \text{ 是菱形}\}$, $C = \{x \mid x \text{ 是矩形}\}$, 则()
A. $A \subsetneq B$ B. $B \subsetneq C$
C. $C \subsetneq A$ D. $A = B$
- 已知集合 $M = \{(x, y) \mid xy = 0\}$, $N = \{(x, y) \mid x = 0 \text{ 且 } y = 0\}$, 则()
A. $M \subsetneq N$ B. $N \subsetneq M$
C. $M \in N$ D. $M = N$

二、填空题

1. 用适当的符号填空 ($\in, \notin, =, \subsetneq, \supsetneq$)

- (1) $\{1\}$ _____ $\{0, 1\}$; (2) -1 _____ $\{0, 1\}$;
- (3) $\{2, 3\}$ _____ $\{x \mid x^2 - 5x + 6 = 0\}$; (4) $\emptyset$ _____ $\{a\}$;
- (5) $\{1, 3, 5\}$ _____ $\{1, 3, 5, 7\}$; (6) $\{a, b\}$ _____ $\{b\}$.

2. -3 _____ $\{x \mid 2x - 1 > 1\}$.

3. 若集合 $A = \{x \mid x > 1\}$, $B = \{x \mid x > -1\}$, 则 A _____ B .

4. $\{-1\}$ _____ $\{x \mid x \geq -1\}$.

5. $\mathbf{N}$ _____ $\mathbf{N}^*$, $\mathbf{Z}^+$ _____ $\mathbf{Z}$.

6. 设集合 $A = \{x \mid 1 < x < 2\}$, $B = \{x \mid x < a\}$, 若 $A \subsetneq B$, 则实数 a 的范围是

_____.

三、解答题

1. 写出集合 $A = \{a, b, c\}$ 的所有子集、真子集.

2. 已知集合 $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 且 $A \subseteq M \subsetneq B$, 写出满足条件的所有集合 M .

3. 已知集合 $A = \{x \mid ax^2 + 2 = 0\}$ 只有一个子集, 求实数 a 的取值范围.



能力提升

1. 设集合 $M = \{1, a, b\}$, $N = \{a, a^2, ab\}$, 且 $M = N$, 试求 a 和 b 的值.

2. 设集合 $M = \{x \mid -2 \leq x \leq 5\}$, $N = \{x \mid a+1 \leq x \leq 2a-1\}$, 若 $N \subseteq M$, 试求 a 的取值范围.

1.2 集合的运算

1.2.1 交集

1.2.2 并集

1.2.3 全集与补集



例题点拨

例1 设全集 $U = \{\text{不大于10的自然数}\}$, 集合 M, N 为 U 的子集, 且 $M = \{x \mid 2 < x < 7, x \in \mathbf{N}\}$, $N = \{x \mid 4 < x < 9, x \in \mathbf{N}\}$. 求: $\complement_U M$, $\complement_U N$, $M \cap N$, $M \cup N$, $\complement_U M \cap \complement_U N$, $\complement_U M \cup \complement_U N$.

分析: 把全集 U 和集合 M, N 都用列举法表示出来.

解: 不大于10的自然数为小于或等于10的自然数,

所以 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.

又 $M, N \subseteq U$, $M = \{3, 4, 5, 6\}$, $N = \{5, 6, 7, 8\}$,

所以 $\complement_U M = \{0, 1, 2, 7, 8, 9, 10\}$, $\complement_U N = \{0, 1, 2, 3, 4, 9, 10\}$,

$M \cap N = \{5, 6\}$, $M \cup N = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$,

$\complement_U M \cap \complement_U N = \{0, 1, 2, 9, 10\}$, $\complement_U M \cup \complement_U N = \{0, 1, 2, 3, 4, 7, 8, 9, 10\}$.

例2 已知全集 $U = \{2, 3, a^2 + 2a - 3\}$, $A = \{|a + 7|, 2\}$, $\complement_U A = \{5\}$, 求实数 a .

分析: 利用 $A \cup \complement_U A = U$ 及 $A \cap \complement_U A = \emptyset$.

解: 因为 $A \cup \complement_U A = U$, 所以 $\{2, 5, |a + 7|\} = \{2, 3, a^2 + 2a - 3\}$,

所以 $a^2 + 2a - 3 = 5$ 且 $|a + 7| = 3$, 解两个方程得 $\begin{cases} a = -4 \text{ 或 } a = 2, \\ a = -4 \text{ 或 } a = -10, \end{cases}$

即 $a = -4$.

例3 设二次方程 $x^2 - px + 15 = 0$ 的解集为 A , $x^2 - 5x + q = 0$ 的解集为 B , 当 $A \cap B = \{3\}$ 时, 求集合 $A \cup B$ 及 p, q 的值.

分析: 可根据方程的解的定义求 p, q 的值, 求出方程的解集, 即可求集合 $A \cup B$.

解: $A \cap B = \{3\}$, 即 3 是两个方程的公共解. 把 $x=3$ 代入方程 $x^2 - px + 15 = 0$, 得 $p=8$, 解方程 $x^2 - 8x + 15 = 0$, 得 $x_1=3, x_2=5$, 即 $A = \{3, 5\}$. 把 $x=3$ 代入方程 $x^2 - 5x + q = 0$, 得 $q=6$, 解方程 $x^2 - 5x + 6 = 0$, 得 $x_1=3, x_2=2$, 即 $B = \{2, 3\}$. 所以 $A \cup B = \{2, 3, 5\}$.

基础达标

一、选择题

1. 设集合 $A = \{x \mid x > 0\}$, $B = \{x \mid x < -1\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$
A. $\{x \mid -1 < x < 0\}$ B. $\emptyset$ C. A D. B
2. 设集合 $A = \{x \mid x > 0\}$, $B = \{x \mid x < 1\}$, 则 $A \cup B = (\quad)$
A. $\{x \mid 0 < x < 1\}$ B. A C. B D. $\mathbf{R}$
3. 设全集 $U = \{\text{小于 8 的正奇数}\}$, $A = \{3\}$, 则 $\complement_U A = (\quad)$
A. $\{1, 5, 7\}$ B. $\{1, 5\}$ C. $\{1, 7\}$ D. $\{5, 7\}$
4. 设全集 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x \mid -1 < x < 3\}$, 则 $\complement_U A = (\quad)$
A. $\{x \mid x \leq -1\}$ B. $\{x \mid x \geq 3\}$
C. $\{x \mid x \geq 3 \text{ 或 } x \leq -1\}$ D. $\{x \mid -1 \leq x \leq 3\}$
5. 设 $A = \{(x, y) \mid x + y = 3\}$, $B = \{(x, y) \mid 2x - y = 6\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$
A. $\{(3, 0)\}$ B. $(3, 0)$ C. $\{3, 0\}$ D. $\emptyset$
6. 全集 $U = \{x \mid x \text{ 是三角形}\}$, $A = \{x \mid x \text{ 是直角三角形}\}$, 则 $\complement_U A = (\quad)$
A. $\{\text{锐角三角形}\}$ B. $\{\text{钝角三角形}\}$
C. $\{\text{锐角或钝角三角形}\}$ D. $\{\text{等腰三角形}\}$
7. 设 $M = \{x \mid x \text{ 是 2 的倍数}\}$, $N = \{x \mid x \text{ 是 3 的倍数}\}$, 则 $M \cup N = (\quad)$
A. $\{x \mid x \text{ 是偶数}\}$ B. $\{x \mid x \text{ 是 6 的倍数}\}$
C. $\{x \mid x \text{ 是 2 和 3 的公倍数}\}$ D. $\{x \mid x \text{ 是被 2 或 3 整除的数}\}$
8. 设 $P = \{x \mid x = 2n, n \in \mathbf{N}\}$, $Q = \{x \mid x = 4n, n \in \mathbf{N}\}$, 则 $P \cap Q = (\quad)$
A. P B. Q C. $\mathbf{N}$ D. $\emptyset$
9. 已知全集 $U = \{a, b, c, d, e\}$, $A = \{a, c\}$, 且 $B \subsetneq \complement_U A$, 则集合 B 的个数是 $(\quad)$
A. 5 B. 6 C. 7 D. 8
10. 设 U 为全集, P, Q 为其非空真子集, 且 $P \subsetneq Q$, 则下列关系正确的是 $(\quad)$

A. $Q \cap \complement_U P = \emptyset$

B. $P \cap \complement_U Q = \emptyset$

C. $\complement_U (P \cap Q) = \emptyset$

D. $\complement_U P \cap \complement_U Q = \emptyset$

二、填空题

1. $A \cap B$ _____ $B \cap A$; $A \cap A =$ _____; $A \cap \emptyset =$ _____.

2. $A \cup B$ _____ $B \cup A$; $A \cup A =$ _____; $A \cup \emptyset =$ _____.

3. $(\complement_U A) \cup A =$ _____; $\complement_U (\complement_U A) =$ _____.

4. $\{x \mid x \text{ 是正方形}\} \cap \{x \mid x \text{ 是菱形}\} =$ _____.

5. $\{x \mid x \text{ 为偶数}\} \cap \{x \mid x \text{ 为奇数}\} =$ _____.

6. 全集 $U = \{a, b, c, d, e\}$, $A = \{a, c\}$, $B = \{c, d\}$,

则(1) $\complement_U A \cup \complement_U B =$ _____; (2) $\complement_U (A \cap B) =$ _____;

(3) $\complement_U A \cap \complement_U B =$ _____; (4) $\complement_U (A \cup B) =$ _____.

7. 设全集 $U = \{x \mid 0 < x \leq 8, x \in \mathbf{N}\}$, $A = \{2, 3, 4, 7\}$, $B = \{1, 5, 7, 8\}$,

则(1) $\complement_U A =$ _____; (2) $\complement_U B =$ _____;

(3) $A \cap B =$ _____; (4) $A \cup B =$ _____;

(5) $A \cup \complement_U B =$ _____; (6) $(\complement_U B) \cap B =$ _____.

8. 设全集 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x \mid x > -1\}$, $B = \{x \mid x < 3\}$,

则(1) $\complement_U A =$ _____; (2) $\complement_U B =$ _____;

(3) $A \cap B =$ _____; (4) $A \cup B =$ _____;

(5) $(\complement_U A) \cap B =$ _____; (6) $A \cup \complement_U B =$ _____.

9. 设 $U = \{x \mid x \text{ 是小于 12 的质数}\}$, $A = \{2, 3, 5\}$, $B = \{3, 7\}$, 则 $\complement_U A =$ _____, $\complement_U B =$ _____.

10. 设 $A = \{x \mid x < 4, x \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{x \mid x = 2n, n \in \mathbf{Z}\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

三、解答题

1. 设 $A = \{x \mid 2x^2 + x + p = 0\}$, $B = \{x \mid 2x^2 + qx + 2 = 0\}$, $A \cap B = \left\{\frac{1}{2}\right\}$, 求 p, q 的值及 $A \cup B$.

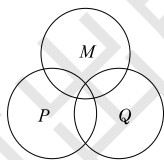
2. 已知 $P = \{ (x, y) \mid x+2y=a \}$, $Q = \{ (x, y) \mid 2x-y=b \}$, 若 $P \cap Q = \{ (1, -1) \}$, 求 $a+b$ 的值.

3. 若集合 $A = \{ x \mid x \leq 1 \}$, $B = \{ x \mid x > a \}$, 且 $A \cap B = \emptyset$, 求 a 的取值范围.



能力提升

1. 试用阴影表示下图中 $P \cap M \cap Q$ 的集合.



2. 幼儿师范教育专业一年级共有学生 165 人, 其中 72 人会弹钢琴, 85 人会拉手风琴, 既会弹钢琴又会拉手风琴的有 12 人, 则既不会弹钢琴也不会拉手风琴的有多少人?

3. 集合 $A = \{ 2, a \}$, $B = \{ 1, 2, 3, 2a+4 \}$, 且 $A \cap B = \{ -a^2+6a-6 \}$, 求实数 a 的值.

4. 某个班的全体学生在进行了短跑、游泳、投掷三个项目的测试后, 有 4 名学生在这三个项目上都没有达到优秀, 其余每人至少有一项达到了优秀, 达到了优秀的这部分学生情况如下表:

项目	短跑	游泳	投掷	短跑、游泳	短跑、投掷	游泳、投掷	短跑、游泳、投掷
人数	17	18	15	6	6	5	2

求这个班的学生人数.

1.3 充要条件



例题点拨

例1 判断下列语句是否为命题, 若是命题, 判断其真假.

- (1) 空集是任何一个集合的真子集; (2) 集合 $A \cap B$ 是集合 A 的子集;
(3) 明天下雨吗? (4) $x=1$ 是方程 $x^2=1$ 的根.

分析: 能够判断真假的陈述句是命题, 否则不是.

解: (1) 语句“空集是任何一个集合的真子集”是命题, 但为假命题.

(2) 语句“集合 $A \cap B$ 是集合 A 的子集”是命题, 且为真命题.

(3) 语句“明天下雨吗”不是命题.

(4) 语句“ $x=1$ 是方程 $x^2=1$ 的根”是命题, 且为真命题.

例2 判断下列命题的真假.

- (1) 如果 $a \cdot b=1$, 那么 $a=1$. (2) 如果 $a>3$, 那么 $a>3.1$.
(3) 如果 $a \cdot b>0$, 那么 $\frac{a}{b}>0$. (4) 如果 $a^2=2$, 那么 $a=\sqrt{2}$.

分析: 这些都是条件命题, 关键看由前面的条件是否能推出后面的结论.

解: (1) 命题“如果 $a \cdot b=1$, 那么 $a=1$ ”是假命题.

例如, $a=2$, $b=\frac{1}{2}$.

(2) 如果一个数比 3 大, 它不一定比 3.1 大, 如: 3.05,

所以命题“如果 $a > 3$, 那么 $a > 3.1$ ”是假命题.

(3) $a \cdot b > 0$ 表明 a 与 b 同号, 于是一定有 $\frac{a}{b} > 0$,

所以命题“如果 $a \cdot b > 0$, 那么 $\frac{a}{b} > 0$ ”是真命题.

(4) $a^2 = 2$ 的解为 $a = \sqrt{2}$ 或 $a = -\sqrt{2}$,

所以命题“如果 $a^2 = 2$, 那么 $a = \sqrt{2}$ ”是假命题.

例3 判断 p 是 q 成立的什么条件 (充分不必要条件、必要不充分条件、充要条件或既不充分也不必要条件).

(1) p : $\triangle$ 为等边三角形; q : $\triangle$ 为等腰三角形.

(2) p : $x \cdot y = 0$; q : $y = 0$.

(3) p : $x = 1$ 或 $x = 2$; q : $x^2 - 3x + 2 = 0$.

(4) p : $a \in \mathbf{Z}$; q : $a \in \mathbf{N}$.

分析: 判断 p 是 q 的什么条件, 关键是看 $p \Rightarrow q$, $q \Rightarrow p$ 及 $p \Leftrightarrow q$ 的正确性, $p \Rightarrow q$ 说明 p 是 q 成立的充分条件, 也说明 q 是 p 成立的必要条件;

$q \Rightarrow p$ 说明 q 是 p 成立的充分条件, 也说明 p 是 q 成立的必要条件;

$p \Leftrightarrow q$ 说明 p 与 q 互为充要条件.

解: (1) 等边三角形也一定是等腰三角形, 但反过来等腰三角形不一定是等边三角形, 即 $p \Rightarrow q$, 但 $q \not\Rightarrow p$,

所以 p 是 q 成立的充分不必要条件.

(2) $x \cdot y = 0$ 说明 $x = 0$ 或 $y = 0$, 即 $p \not\Rightarrow q$, 但 $y = 0$ 一定有 $x \cdot y = 0$, 即 $q \Rightarrow p$,

所以 p 是 q 成立的必要不充分条件.

(3) $x = 1$ 或 $x = 2$ 一定有 $x^2 - 3x + 2 = 0$, 反之 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 时, 有 $x = 1$ 或 $x = 2$,

即 $p \Leftrightarrow q$, 所以 p 是 q 成立的充要条件.

(4) 整数 a 不一定是自然数, 如 $a = -2$ 即 $p \not\Rightarrow q$, 但自然数 a 一定是整数, 即 $q \Rightarrow p$,

所以 p 是 q 成立的必要不充分条件.

基础达标

一、选择题

1. 下列语句是命题的是()

A. 都不许动!

B. 明天刮风吗?

- C. 正方形四个内角和等于 360° D. 这幅字写得真好!
2. 下列命题是真命题的是 ()
- A. $3^2=6$ B. 两个奇数之和为奇数
- C. 15 能被 6 整除 D. $-\frac{1}{3} > -\frac{1}{2}$
3. 下列命题为真命题的是 ()
- A. 如果 $x^2-3=0$, 那么 $x=\sqrt{3}$
- B. 如果 $x^2-3=0$, 那么 $x=-\sqrt{3}$
- C. 如果 $x^2-3=0$, 那么 $x=\sqrt{3}$ 或 $x=-\sqrt{3}$
- D. 如果 $x^2-3=0$, 那么 $x=\sqrt{3}$ 且 $x=-\sqrt{3}$
4. $x>5$ 是 $x>3$ 的 ()
- A. 充分且不必要条件 B. 必要且不充分条件
- C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
5. “四条边相等”是“四边形为正方形”的 ()
- A. 充分且不必要条件 B. 必要且不充分条件
- C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
6. “两个三角形是全等三角形”是“两个三角形是相似三角形”的 ()
- A. 充分且不必要条件 B. 必要且不充分条件
- C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
7. “ $x \in A$ 且 $x \in B$ ”是“ $x \in A \cup B$ ”的 ()
- A. 充分且不必要条件 B. 必要且不充分条件
- C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
8. “ $x \in A$ 且 $x \in B$ ”是“ $x \in A \cap B$ ”的 ()
- A. 充分且不必要条件 B. 必要且不充分条件
- C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
9. 集合 A, B 满足 $A \cup B = A$ 的充要条件为 ()
- A. $A \subseteq B$ B. $B \subseteq A$
- C. $B = A$ D. $B \subsetneq A$
10. “ $a=b$ ”是“ $|a|=|b|$ ”的 ()
- A. 充分且不必要条件 B. 必要且不充分条件
- C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

二、填空题

1. “ $x=2$ ” 是 “ $x^2=4$ ” 的_____条件.
2. “ $\triangle ABC$ 是以 $\angle C$ 为直角的三角形” 是 “ $a^2+b^2=c^2$ ” 的_____条件.
3. “两个三角形的三个角对应相等” 是 “两个三角形全等” 的_____条件.
4. “ $x^2=y^2$ ” 是 “ $x=y$ ” 的_____条件.
5. “ $a>0$ 且 $b>0$ ” 是 “ $a+b>0$ ” 的_____条件.

三、解答题

1. 方程 $x^2+bx+c=0$ 有实数根的充要条件是什么?

2. 判断 “ $x=0$ 或 $y=0$ ” 是 “ $x^2+y^2=0$ ” 的什么条件?



能力提升

1. 判定下列命题中, p 是 q 成立的什么条件 (充分不必要、必要不充分、充要).

(1) $p: a \cdot b \neq 0, q: a \neq 0$; (2) $p: a < 0, q: a \leq 0$;

(3) $p: a+b=0, q: a^2+b^2=0$; (4) $p: a+b=0, q: a^3+b^3=0$.

2. 方程 $x^2+bx+c=0$ 有两个正实数解的充要条件是什么?



第一章综合练习

一、选择题

- 以下不能构成集合的是()
 - 全体长方形
 - 某学校三年级所有学生
 - 某班所有高个子学生
 - 锐角三角形的全体
- 已知集合 $M = \{0, 1, 2\}$, 则 M 的真子集的个数是()
 - 4
 - 5
 - 6
 - 7
- 若 $A = \{x \mid x < 2\}$, $B = \{x \mid -1 \leq x \leq 3\}$, 则 $A \cap B =$ ()
 - $\{x \mid -1 \leq x < 2\}$
 - $\{x \mid -1 \leq x \leq 3\}$
 - $\{x \mid x \leq 3\}$
 - $\{x \mid x \geq -1\}$
- 设全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \left\{x \mid x \geq -\frac{1}{2}\right\}$, 则 $\complement_U A =$ ()
 - $\left\{x \mid x > \frac{1}{2}\right\}$
 - $\left\{x \mid x < -\frac{1}{2}\right\}$
 - $\left\{x \mid x \geq \frac{1}{2}\right\}$
 - $\left\{x \mid x \leq -\frac{1}{2}\right\}$
- 集合 $A = \{x \mid x+4 < 0\}$ 与集合 $B = \{x \mid |x| > 4\}$ 的关系是()
 - $A \in B$
 - $A = B$
 - $A \subsetneq B$
 - $A \supseteq B$
- 集合 $A = \{x \mid |x| < 3, x \in \mathbf{Z}\}$ 中的元素共有()
 - 2 个
 - 3 个
 - 4 个
 - 5 个
- 若 $P = \{x \mid x < 3\}$, $a = 2\sqrt{2}$, 则()
 - $a \notin P$
 - $\{a\} \in P$
 - $a \subsetneq P$
 - $\{a\} \subsetneq P$
- 若全集 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x \mid 1 \leq x \leq 3\}$, $B = \{x \mid 3 < x \leq 5\}$, 则 $\complement_U A \cup \complement_U B$ 为()
 - $\mathbf{R}$
 - $\emptyset$
 - $\{x \mid x > 5 \text{ 或 } x < 1\}$
 - $\{3\}$
- 满足 $\{a, b\} \subseteq A \subsetneq \{a, b, c, d\}$ 的集合 A 的个数()

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

10. 集合 A 含有 10 个元素, 集合 B 含有 6 个元素, 集合 $A \cap B$ 含有 3 个元素, 则集合 $A \cup B$ 含有()

A. 15 个元素

B. 12 个元素

C. 14 个元素

D. 13 个元素

二、填空题

1. 用适当的符号 ($\in$, $\notin$, $\subseteq$, $=$, $\supseteq$) 填空.

1. _____ $\{1, 2, 3\}$;

$\{a\}$ _____ $\{a, b\}$;

$\sqrt{3}$ _____ $\mathbf{Z}$;

$\emptyset$ _____ $\{x \mid x^2 + 1 = 0\}$.

2. 如果 $M = \{\text{非负实数}\}$, $N = \{\text{非正实数}\}$, 那么 $M \cap N =$ _____, $M \cup N =$ _____.

3. 已知集合 $A = \{x \mid x > 3\}$, $B = \{x \mid -2 \leq x \leq 5\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

4. 已知全集 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, 集合 $A = \{0, 3, 5, 6\}$, 则 $\complement_U A =$ _____.

5. 设全集 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x \mid 2 - x > 0\}$, 则 $\complement_U A =$ _____.

6. “ $x > 1$ ” 是 “ $x > 2$ ” 的 _____ 条件 (充分、必要、充要).

7. “ $a = 0$ 且 $b = 0$ ” 是 “ $a^2 + b^2 = 0$ ” 的 _____ 条件 (充分、必要、充要).

8. “ $a \neq 0$ ” 是 “ $ab \neq 0$ ” 的 _____ 条件 (充分、必要、充要).

9. 若集合 $A = \{(x, y) \mid x + y - 3 = 0\}$, $B = \{(x, y) \mid x - y - 1 = 0\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

10. 若 $A = \{1, 4, x\}$, $B = \{1, x^2\}$, 且 $A \cap B = B$, 则 $x =$ _____.

三、解答题

1. 设 $U = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, $A = \{0, 1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, 求 $A \cap B$, $A \cup B$, $\complement_U A \cup \complement_U B$.

2. 设全集 $U = \{x \mid 0 < x \leq 10 \text{ 且 } x \in \mathbf{N}\}$, 集合 $A = \{1, 2, 4, 5, 9\}$, 集合 $B = \{4, 6, 7, 8, 10\}$, 集合 $E = \{3, 5, 7\}$, 求 $(A \cap B) \cup E$, $(\complement_U A \cap \complement_U B) \cup \complement_U E$.

3. 已知集合 $A = \{a^2, a+2, -5\}$, $B = \{10, 3a-5, a^2+3\}$, 且 $A \cap B = \{-5\}$, 求实数 a .

4. 设集合 $A = \{x \mid 1 < x < 2\}$, $B = \{x \mid x - a < 0\}$, 若 $A \subseteq B$, 求实数 a 的取值范围.

5. 设 $A = \{x \mid -7 \leq x \leq 4\}$, $B = \{x \mid 3a-1 \leq x \leq 3a+1\}$, 且 $B \subseteq A$, 求实数 a 的取值范围.